Elementos de la hipérbola y relación a, b, c

hipérbola: $c^2 = a^2 + b^2$, vértices, focos, asíntotas, excentricidad y lado recto.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

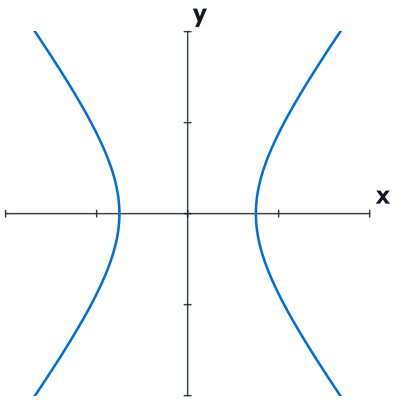
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

En una hipérbola con eje focal horizontal, a = 3 y b = 4. ¿Cuánto vale c, la distancia del centro a cada foco?

A) 5 **B)** $\sqrt{7}$ **C)** 7

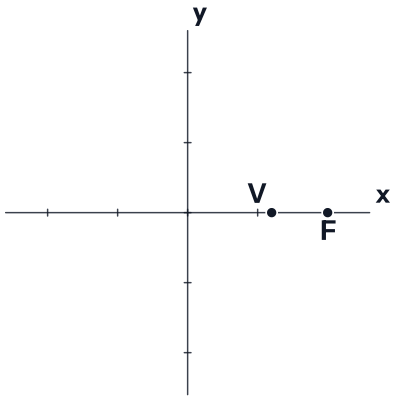


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

En una hipérbola con eje focal horizontal, a = 6 y c = 10. ¿Cuánto vale b?

A) 4 **B)** $\sqrt{136}$ **C)** 8



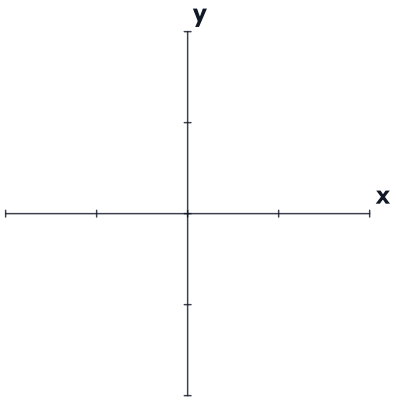
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuánto mide el eje transverso (el que une los dos vértices) de la hipérbola de abajo?

$$\frac{y^2}{49} - \frac{x^2}{25} = 1$$

A) 7 **B)** 10 **C)** 14



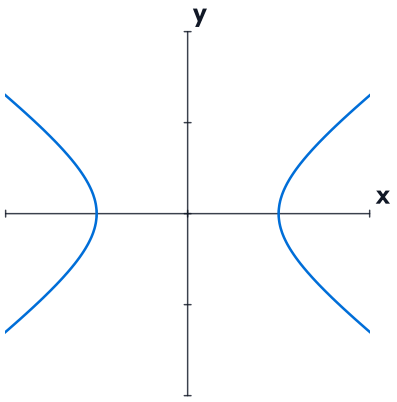
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es la excentricidad e = c/a de la hipérbola de abajo?

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

A) 3/4 **B)** 5/4 **C)** 4/5



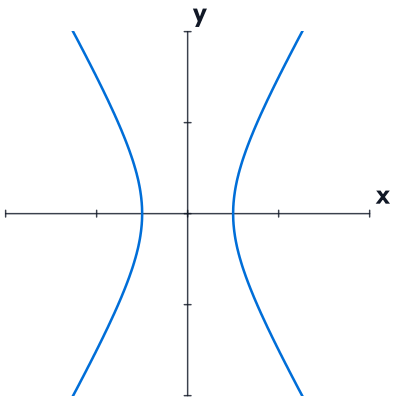
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide el lado recto (la cuerda que pasa por un foco, perpendicular al eje focal) de la hipérbola de abajo?

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

A) 6 **B)** 12 **C)** 24

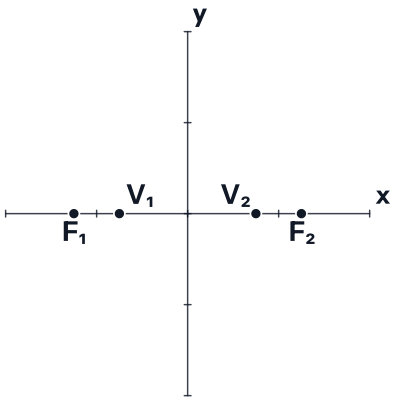


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Una hipérbola con centro en el origen tiene vértices en (3, 0) y (−3, 0), y focos en (5, 0) y (−5, 0). ¿Cuáles son sus asíntotas?

A) y = ±(4/3)x **B)** y = ±(3/4)x **C)** y = ±(5/3)x



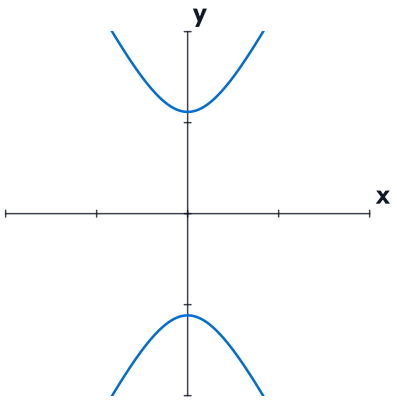
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide la distancia entre los dos focos de la hipérbola de abajo?

$$\frac{y^2}{20} - \frac{x^2}{5} = 1$$

A) 5 **B)** $2\sqrt{15}$ **C)** 10

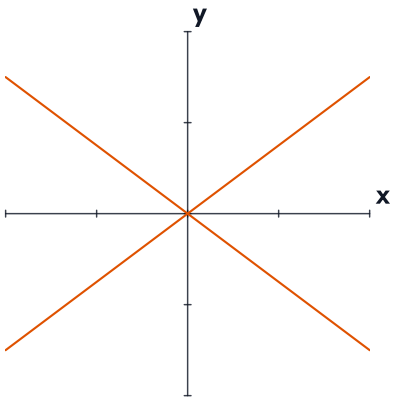


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola con centro en el origen y eje focal horizontal tiene asíntotas y = ±(3/4)x. ¿Cuál es su excentricidad?

A) 5/4 **B)** 3/4 **C)** $\sqrt{7}/4$

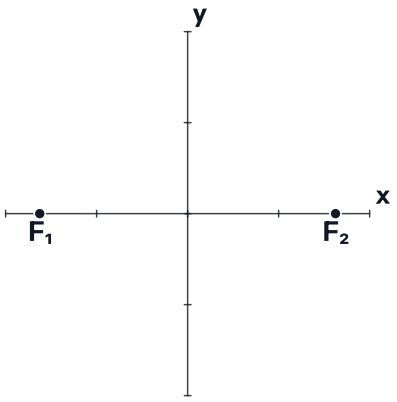


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola con centro en el origen tiene focos en (13, 0) y (−13, 0) y excentricidad 13/5. ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{194} = 1$

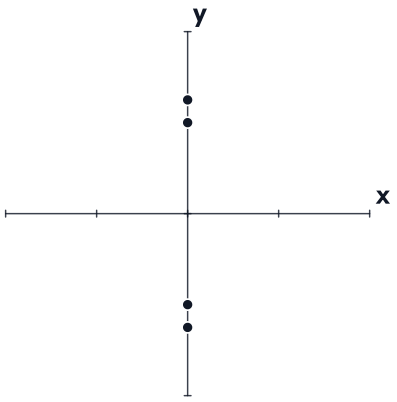


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola con centro en el origen tiene vértices en (0, 4) y (0, −4), y focos en (0, 5) y (0, −5). ¿Cuánto mide su lado recto (la cuerda por un foco, perpendicular al eje focal)?

A) 9/2 **B)** 9/4 **C)** 32/3



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · c = 5

1. En la hipérbola, a y b son los catetos de un triángulo rectángulo
   $a = 3,\ b = 4$
2. c es la hipotenusa: $c^2 = a^2 + b^2$, se suma
   $c^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
3. Saca la raíz: el foco está a 5 unidades del centro
   $c = \sqrt{25} = 5$

Ojo: $\sqrt{7}$ sale de restar 16 − 9 como en la elipse; 7 suma a + b sin elevar al cuadrado.
Truco: En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2$: c siempre es mayor que a y que b.

2. Respuesta C · b = 8

1. $c^2 = a^2 + b^2$: despeja b^2
   $b^2 = c^2 - a^2$
2. Sustituye c = 10 y a = 6
   $b^2 = 100 - 36 = 64$
3. Saca la raíz cuadrada
   $b = \sqrt{64} = 8$

Ojo: 4 sale de c − a = 10 − 6; $\sqrt{136}$ sale de sumar 100 + 36 en vez de restar.
Truco: Despejas $b^2 = c^2 - a^2$: aquí c es la hipotenusa y se resta.

3. Respuesta C · El eje transverso mide 14

1. El positivo es y^2: los vértices están en el eje y, y su denominador es a^2
   $a^2 = 49$
2. Saca la raíz: a es la distancia del centro a un vértice
   $a = \sqrt{49} = 7$
3. El eje transverso va de un vértice al otro: mide 2a
   $2a = 2 \cdot 7 = 14$

Ojo: 7 es solo a: falta duplicar. 10 es el eje conjugado, 2b con b = 5.
Truco: Eje transverso = 2a (entre vértices); eje conjugado = 2b.

4. Respuesta B · e = 5/4

1. El positivo es x^2: $a^2 = 16$ y $b^2 = 9$
   $a = 4,\ b = 3$
2. Calcula c con $c^2 = a^2 + b^2$
   $c^2 = 16 + 9 = 25$
   $c = 5$
3. La excentricidad compara c con a
   $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$

Ojo: 3/4 es b/a, no c/a. 4/5 es a/c, al revés: en la hipérbola e debe ser mayor que 1.
Truco: e = c/a y en la hipérbola siempre e > 1.

5. Respuesta B · El lado recto mide 12

1. Halla el foco: $c^2 = a^2 + b^2$ con $a^2 = 4$ y $b^2 = 12$
   $c^2 = 4 + 12 = 16$
   $c = 4$
2. El lado recto es la cuerda vertical por el foco: mide $2b^2/a$
   $LR = \frac{2b^2}{a}$
3. Sustituye $b^2 = 12$ y a = 2
   $LR = \frac{2 \cdot 12}{2} = 12$

Ojo: 6 olvida el 2 de $2b^2/a$; 24 es $2b^2$ sin dividir entre a.
Truco: Lado recto = $2b^2/a$, con a la raíz de su denominador y b^2 el otro denominador.

6. Respuesta A · y = ±(4/3)x

1. Del centro al vértice hay a; del centro al foco hay c
   $a = 3,\ c = 5$
2. Despeja b con $c^2 = a^2 + b^2$
   $b^2 = 25 - 9 = 16$
   $b = 4$
3. Eje horizontal: la pendiente de las asíntotas es b/a
   $y = \pm\frac{b}{a}x = \pm\frac{4}{3}x$

Ojo: 3/4 invierte el cociente (a/b). 5/3 es c/a, la excentricidad, no la pendiente.
Truco: Pendiente de las asíntotas (eje horizontal) = b/a; no confundas con c/a.

7. Respuesta C · La distancia entre los focos es 10

1. El positivo es y^2: los focos están sobre el eje y
   $a^2 = 20,\ b^2 = 5$
2. Calcula c con $c^2 = a^2 + b^2$
   $c^2 = 20 + 5 = 25$
   $c = 5$
3. La distancia entre los focos es 2c
   $2c = 2 \cdot 5 = 10$

Ojo: 5 es solo c, del centro a un foco. $2\sqrt{15}$ sale de restar 20 − 5 y duplicar la raíz.
Truco: Distancia focal = 2c, con $c^2 = a^2 + b^2$.

8. Respuesta A · e = 5/4

1. La pendiente es b/a: elige a = 4 y b = 3, que dan esa razón
$$\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$
2. Calcula c con c² = a² + b²
$$c^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$c = 5$$
3. La excentricidad es e = c/a
$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$$

Ojo: 3/4 es la pendiente, no e. √7/4 sale de restar: √(16 − 9)/4, y e debe ser mayor que 1.

Truco: La excentricidad solo depende de b/a: e = √(1 + (b/a)²).

9. Respuesta B · x²/25 − y²/144 = 1

1. Los focos dan c = 13; de e = c/a despeja a
$$a = 13 \div \frac{13}{5} = 5$$
2. Despeja b² de c² = a² + b²
$$b^2 = c^2 - a^2$$
$$b^2 = 169 - 25 = 144$$
3. Eje horizontal: x² positivo con a² = 25 y y² restando con b² = 144
$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$$

Ojo: x²/144 − y²/25 intercambia a y b. Con 194 se sumó 25 + 169 en vez de restar.

Truco: De e y c sale a = c/e; luego b² = c² − a².

10. Respuesta A · El lado recto mide 9/2

1. Del centro al vértice hay a; del centro al foco hay c
$$a = 4,\ c = 5$$
2. Despeja b² de c² = a² + b²
$$b^2 = 25 - 16 = 9$$
3. Lado recto: 2b²/a. La cuerda horizontal pasa por el foco
$$LR = \frac{2 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2}$$

Ojo: 9/4 olvida el 2 de 2b²/a; 32/3 intercambia a y b: calcula 2a²/b en vez de 2b²/a.

Truco: Lado recto = 2b²/a, siempre con a del eje transverso.