Elementos de la elipse y relación a, b, c

$a^2 = b^2 + c^2$, focos, excentricidad y lado recto.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

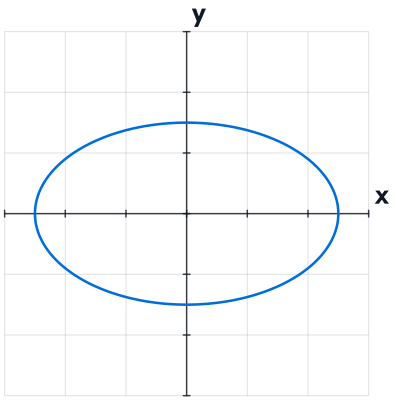
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Una elipse con centro en el origen tiene semieje mayor a = 10 y semieje menor b = 6. ¿A qué distancia del centro está cada foco?

A) 8 **B)** $\sqrt{136}$ **C)** 4

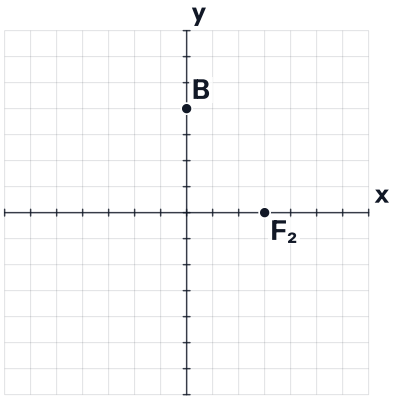


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Un foco de una elipse con centro en el origen está a 3 unidades del centro, y el extremo de su eje menor está a 4 unidades del centro. ¿Cuánto mide el semieje mayor a?

A) 5 **B)** 7 **C)** $\sqrt{7}$

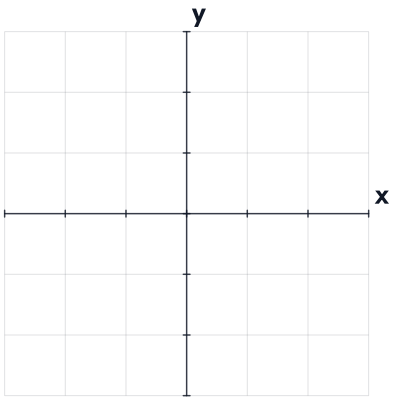


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

En una elipse con centro en el origen, el semieje mayor mide 10 y cada foco está a 6 del centro. ¿Cuánto mide el eje menor completo?

A) 8 **B)** $2\sqrt{136}$ **C)** 16

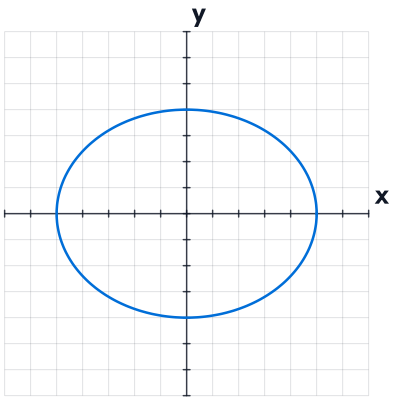


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Una elipse con centro en el origen tiene semieje mayor 5 y semieje menor 4. La excentricidad es e = c ÷ a. ¿Cuánto vale e?

A) 5/3 **B)** 4/5 **C)** 3/5



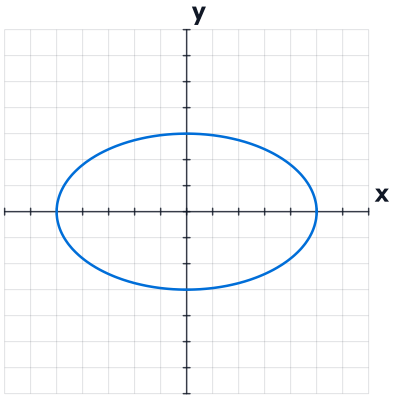
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

El lado recto de una elipse es la cuerda perpendicular al eje mayor que pasa por un foco. ¿Cuánto mide en la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

A) 18/5 **B)** 9/5 **C)** 6/5



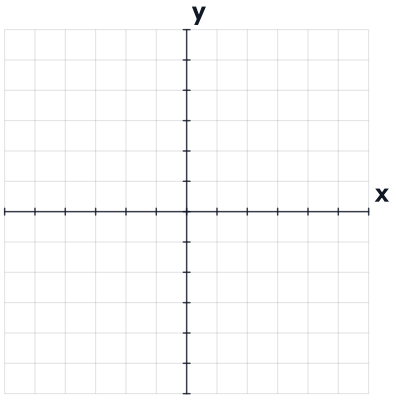
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son los focos de la elipse de abajo?

$$16x^2 + 9y^2 = 144$$

A) $(\pm\sqrt{7}, 0)$ **B)** $(0, \pm\sqrt{7})$ **C)** $(0, \pm 5)$

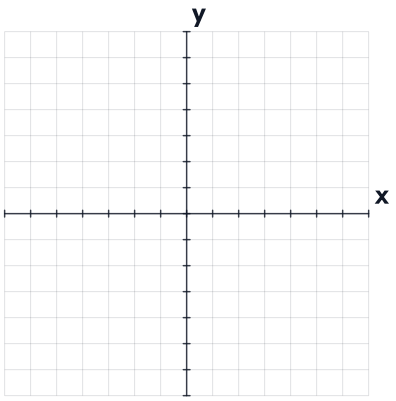


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

En una elipse con centro en el origen, la distancia entre los focos es 8 y el eje mayor mide 10. ¿Cuánto mide el eje menor?

A) 3 **B)** 6 **C)** 2

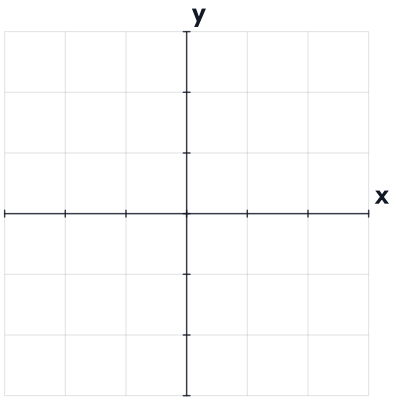


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una elipse con centro en el origen tiene excentricidad e = c ÷ a = 4/5 y su eje menor mide 12. ¿Cuánto mide su eje mayor?

A) 20 **B)** 10 **C)** 15



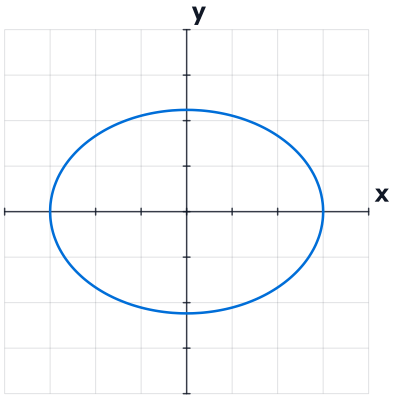
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

El lado recto es la cuerda perpendicular al eje mayor que pasa por un foco. ¿Cuánto mide en la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

A) 10/3 **B)** 10 **C)** 20/3



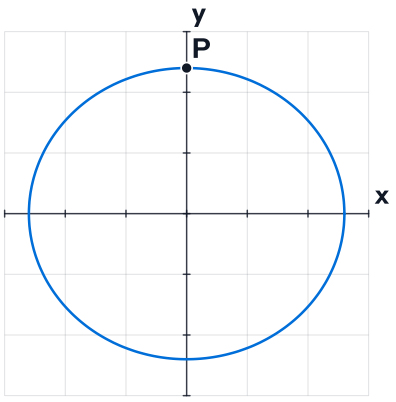
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Los focos F_1 y F_2 de la elipse de abajo están en el eje x, y P es el extremo superior de su eje menor. ¿Cuál es el perímetro del triángulo F_1F_2P?

$$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$$

A) 34 **B)** 36 **C)** 26



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Cada foco está a 8 unidades del centro

1. Ubica los datos: a es el semieje mayor y b el menor
   $a = 10,\ b = 6$
2. Un foco, el centro y el extremo del eje menor forman un triángulo rectángulo con hipotenusa a
   $a^2 = b^2 + c^2$
3. Despeja c² y calcula
   $c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 36 = 64$
   $c = 8$

Ojo: $\sqrt{136}$ sale de sumar 100 + 36 en vez de restar; 4 es 10 − 6, restar a y b sin elevar al cuadrado.
Truco: La hipotenusa es a, así que la resta va con a²: c² = a² − b².

2. Respuesta A · El semieje mayor mide 5

1. Dibuja los datos: c = 3 hacia el foco y b = 4 hacia el extremo del eje menor
   $c = 3,\ b = 4$
2. La distancia del foco al extremo del eje menor es justamente a: es la hipotenusa
   $a^2 = b^2 + c^2$
3. Suma los cuadrados y saca la raíz
   $a^2 = 16 + 9 = 25$
   $a = 5$

Ojo: 7 suma 3 + 4 sin elevar al cuadrado; $\sqrt{7}$ sale de restar 16 − 9, como si a no fuera la hipotenusa.
Truco: a siempre es el lado mayor del triángulo: a² = b² + c², con la suma.

3. Respuesta C · El eje menor mide 16

1. Los datos son a = 10 y c = 6; falta b
   $a = 10,\ c = 6$
2. Despeja b² de a² = b² + c²
   $b^2 = a^2 - c^2 = 100 - 36 = 64$
   $b = 8$
3. El eje menor completo mide 2b
   $2b = 2 \cdot 8 = 16$

Ojo: 8 es b, el semieje: falta duplicar. $2\sqrt{136}$ sale de sumar 100 + 36 en lugar de restar.
Truco: Semieje (a, b) y eje completo (2a, 2b) no son lo mismo: lee qué pide.

4. Respuesta C · La excentricidad es 3/5

1. Primero necesitas c, la distancia del centro al foco
   $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9$
   $c = 3$
2. Compara c con a: la excentricidad es el cociente de los dos
   $e = c \div a$
   $e = 3 \div 5$
3. Como c < a, e siempre es menor que 1; cerca de 0 la elipse es casi un círculo
   $e = 0.6$

Ojo: 5/3 invierte el cociente: e no puede pasar de 1. 4/5 divide b entre a en vez de c entre a.
Truco: e = c ÷ a: la distancia al foco, entre el semieje mayor. Siempre queda entre 0 y 1.

5. Respuesta A · El lado recto mide 18/5

1. Los focos están en x = ±c: calcula c
   $c^2 = 25 - 9 = 16$
   $c = 4$
2. Sustituye x = 4 en la ecuación para hallar la altura de la cuerda
   $\frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
   $y^2 = 9 \cdot \frac{9}{25}$
3. La cuerda sube 9/5 y baja 9/5 desde el eje (y = ±9/5): mide el doble
   $2 \cdot \frac{9}{5} = \frac{18}{5}$

Ojo: 9/5 es la mitad del lado recto: falta duplicar. 6/5 usa 2b ÷ a en lugar de 2b² ÷ a.
Truco: Lado recto: 2b² ÷ a. Para llegar ahí, sustituye x = c y duplica la altura.

6. Respuesta B · Los focos están en el eje y, a $\sqrt{7}$ del centro

1. Divide entre 144 para que a la derecha quede 1
   $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$
2. El mayor, 16, está bajo y: eje focal vertical; a = 4 y b = 3
   $c^2 = 16 - 9 = 7$
3. Los focos están sobre el eje y, a $\sqrt{7} \approx 2.65$ del centro
   $F(0, \pm\sqrt{7})$

Ojo: $(\pm\sqrt{7}, 0)$ pone los focos en el eje x; (0, ±5) sale de sumar 16 + 9 en vez de restar.
Truco: Antes de leer a² y b², lleva la ecuación a la forma con 1 a la derecha.

7. Respuesta B · El eje menor mide 6

1. La distancia entre focos es 2c: divide entre 2
   $2c = 8$
   $c = 4$
2. El eje mayor es 2a: divide entre 2
   $2a = 10$
   $a = 5$
3. Calcula b con $a^2 = b^2 + c^2$, y duplícalo para el eje menor
   $b^2 = 25 - 16 = 9$
   $b = 3$
   $2b = 6$

Ojo: 3 es b, el semieje menor: falta duplicar. 2 es la resta 10 − 8 de dos ejes completos.
Truco: Eje focal: 2c; eje mayor: 2a; eje menor: 2b. Divide entre 2 antes de usar $a^2 = b^2 + c^2$.

8. Respuesta A · El eje mayor mide 20

1. El eje menor completo es 2b
   $2b = 12$
   $b = 6$
2. Si c ÷ a = 4/5, toma c = 4k y a = 5k, y calcula b en términos de k
   $c = 4k,\ a = 5k$
   $b^2 = a^2 - c^2 = 9k^2$
   $b = 3k$
3. Iguala 3k con 6 para hallar k y luego a
   $3k = 6,\ k = 2$
   $a = 5k = 10$
4. El eje mayor completo mide 2a
   $2a = 20$

Ojo: 10 es a: falta duplicar. 15 confunde e con b ÷ a: sale a = 7.5, y su doble es 15.
Truco: Con e = p/q, escribe c = pk y a = qk: el triángulo a, b, c queda en función de k.

9. Respuesta C · El lado recto mide 20/3

1. $a^2 = 36$ y $b^2 = 20$; calcula c para ubicar el foco
   $c^2 = 36 - 20 = 16$
   $c = 4$
2. Sustituye x = 4 y despeja la altura y de la cuerda
   $y^2 = 20 \cdot (1 - \frac{16}{36})$
   $y^2 = \frac{400}{36}$
3. y = ±10/3: el lado recto es el doble
   $y = \pm\frac{10}{3}$
   $2 \cdot \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$

Ojo: 10/3 es la mitad de la cuerda: falta duplicar. 10 sale de dividir $2b^2$ entre c = 4 en lugar de entre a.
Truco: Lado recto = $2b^2 \div a$: aquí $2 \cdot 20 \div 6$. Divide siempre entre a, no entre c.

10. Respuesta B · El perímetro del triángulo es 36

1. $a^2 = 169$ y $b^2 = 144$: halla c para ubicar los focos y la base F_1F_2
   $c^2 = 169 - 144 = 25$
   $c = 5$
2. P está a la misma distancia de los dos focos, y esa distancia es a
   $PF_1 = PF_2 = a = 13$
   $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$
3. Suma los tres lados
   $13 + 13 + 10 = 36$

Ojo: 34 usa b = 12 como lado en vez de a = 13 (12 + 12 + 10); 26 olvida la base F_1F_2.
Truco: Un punto de la elipse suma 2a a los focos; en el extremo del eje menor, cada distancia vale a.