El círculo trigonométrico

Círculo unitario: coordenadas (cos θ, sen θ), signos por cuadrante y valores de las seis funciones.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

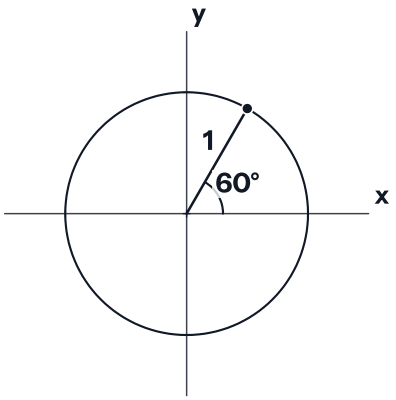
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

El punto P del círculo unitario forma un ángulo de 60° con el eje x positivo. ¿Cuáles son sus coordenadas?

A) $(\sqrt{3}/2, 1/2)$ **B)** $(1/2, 1/2)$ **C)** $(1/2, \sqrt{3}/2)$

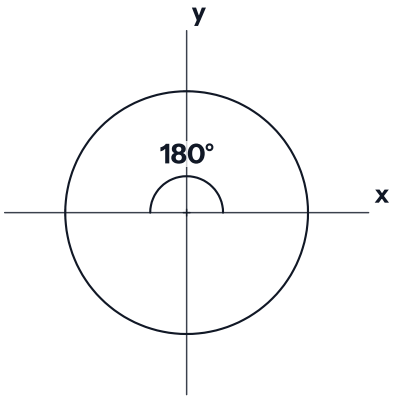


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuánto vale sen 180° + cos 180°?

A) −1 **B)** 1 **C)** 0

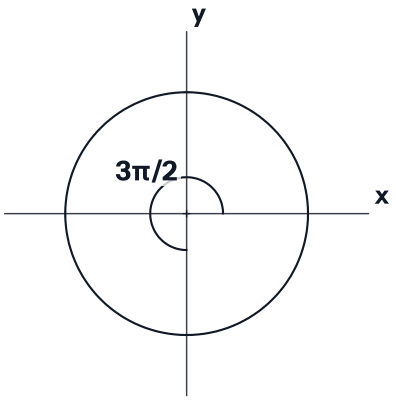


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas del punto del círculo unitario para el ángulo $3\pi/2$ rad?

A) (0, 1) **B)** (0, −1) **C)** (−1, 0)

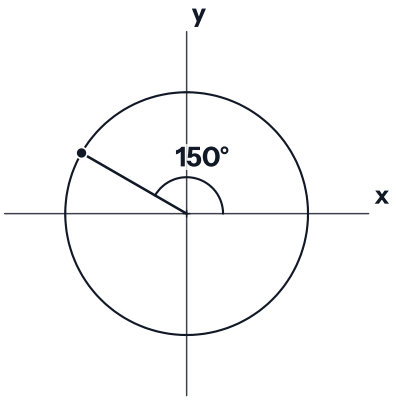


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son las coordenadas del punto del círculo unitario para $\theta = 150°$?

A) $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$ **B)** $(-1/2, \sqrt{3}/2)$ **C)** $(\sqrt{3}/2, -1/2)$

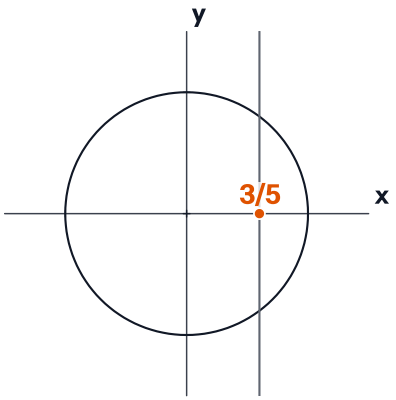


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

El punto (3/5, y) está en el círculo unitario y en el cuadrante IV. ¿Cuánto vale y?

A) 4/5 **B)** −4/5 **C)** 2/5

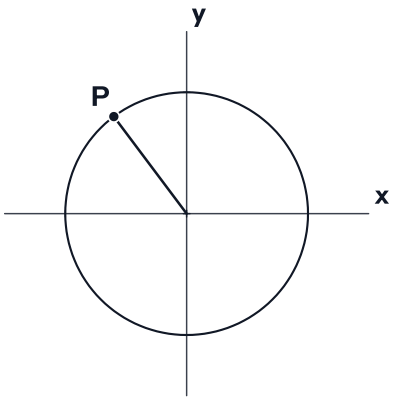


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

El lado final de un ángulo θ corta el círculo unitario en el punto (−3/5, 4/5). ¿Cuánto vale tan θ?

A) −4/3 **B)** −3/4 **C)** 4/3

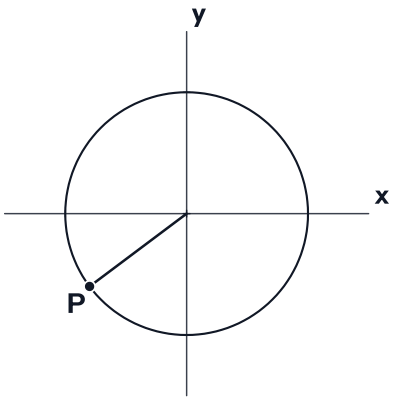


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

El lado final de un ángulo θ corta el círculo unitario en $(-4/5, -3/5)$. ¿Cuánto vale $\sec\theta$?

A) $-5/3$ **B)** $-4/5$ **C)** $-5/4$

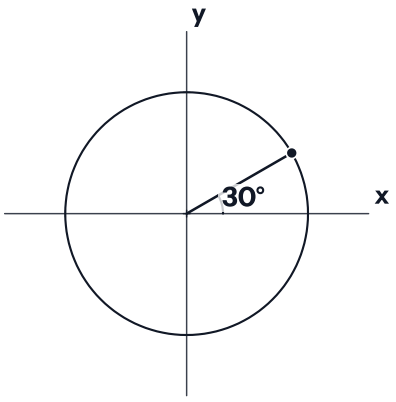


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál de estos ángulos tiene el mismo seno que 30°?

A) 210° **B)** 150° **C)** 330°

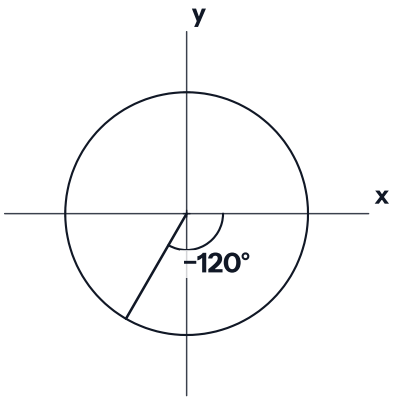


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto vale sen(−120°)?

A) $-\sqrt{3}/2$ **B)** $\sqrt{3}/2$ **C)** $-1/2$

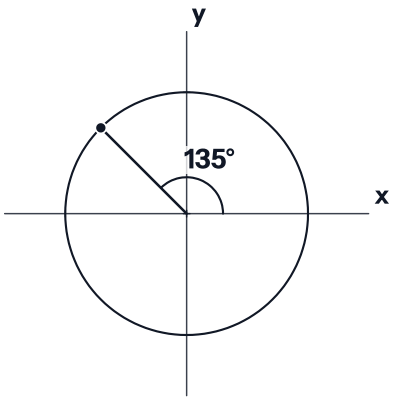


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto vale sen 135° · cos 135°?

A) 1/2 **B)** 0 **C)** −1/2



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · P = (1/2, √3/2)

1. El punto está en el cuadrante I: x es el coseno del ángulo y y es el seno
   $P = (\cos 60°, \sin 60°)$
2. El coseno de 60° vale 1/2: es la coordenada x
   $\cos 60° = \frac{1}{2}$
3. El seno de 60° vale √3/2: es la coordenada y
   $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4. Junta las dos coordenadas
   $P = (1/2, \sqrt{3}/2)$

Ojo: (√3/2, 1/2) intercambia seno y coseno; (1/2, 1/2) no cae en el círculo, pues 1/4 + 1/4 ≠ 1.
Truco: Las coordenadas del círculo unitario son siempre (cos θ, sen θ).

2. Respuesta A · Vale −1

1. Gira media vuelta desde el eje x positivo: el punto cae sobre el eje x, a la izquierda
2. En el círculo unitario las coordenadas son (cos θ, sen θ)
   $(\cos 180°, \sin 180°) = (-1, 0)$
3. Suma el seno y el coseno
   $0 + (-1) = -1$

Ojo: 1 toma cos 180° = 1 (confunde con 0°); 0 supone cos 180° = 0 (confunde con 90°).
Truco: Sobre los ejes, el punto es (±1, 0) o (0, ±1).

3. Respuesta B · El punto es (0, −1)

1. Un cuarto de vuelta mide π/2 y media vuelta mide π
   $\pi \text{ rad} = 180°$
2. 3π/2 son tres cuartos de vuelta: el punto queda abajo
   $\frac{3\pi}{2} = 270°$
3. Ahí x = 0 y y = −1
   $(\cos\theta, \sin\theta) = (0, -1)$

Ojo: (0, 1) corresponde a π/2 (un cuarto de vuelta); (−1, 0) corresponde a π (media vuelta).
Truco: π/2, π, 3π/2 y 2π son los cuatro puntos sobre los ejes.

4. Respuesta A · (−√3/2, 1/2)

1. 150° está en el cuadrante II, a 30° del eje x negativo: ángulo de referencia
   $180° - 150° = 30°$
2. Con 30° de referencia, las medidas son √3/2 en horizontal y 1/2 en vertical
   $\cos 30° = \sqrt{3}/2$
   $\sin 30° = 1/2$
3. En el cuadrante II la x es negativa y la y positiva
   $x < 0, \quad y > 0$

Ojo: (−1/2, √3/2) cambia las medidas de x e y (es el punto de 120°); (√3/2, −1/2) usa los signos del cuadrante IV.
Truco: Calcula con el ángulo de referencia y pon los signos del cuadrante.

5. Respuesta B · y = −4/5

1. Todo punto del círculo unitario cumple x² + y² = 1, como Pitágoras con hipotenusa 1
   $x^2 + y^2 = 1$
2. Sustituye x = 3/5 y despeja y²
   $y^2 = 1 - 9/25 = 16/25$
   $y = \pm\frac{4}{5}$
3. El cuadrante IV tiene y negativa
   $y = -\frac{4}{5}$

Ojo: 4/5 olvida el signo del cuadrante IV; 2/5 sale de 1 − 3/5, sin elevar al cuadrado.
Truco: Despeja con x² + y² = 1 y decide el signo con el cuadrante.

6. Respuesta A · tan θ = −4/3

1. En el círculo unitario x = cos θ y y = sen θ
   $\cos\theta = -3/5$
   $\sin\theta = 4/5$
2. La tangente es seno entre coseno: la pendiente del radio
   $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
3. Divide 4/5 entre −3/5: el resultado es negativo
   $\tan\theta = (4/5) \div (-3/5)$
   $\tan\theta = -\frac{4}{3}$

Ojo: −3/4 divide x entre y (es la cotangente); 4/3 pierde el signo negativo del coseno.
Truco: tan θ = y/x: la pendiente del radio.

7. Respuesta C · sec θ = −5/4

1. La secante es el recíproco del coseno
   $$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$
2. El coseno es la coordenada x del punto
   $$\cos\theta = -4/5$$
3. Invierte el número, conservando el signo
   $$\sec\theta = 1 \div (-4/5)$$
   $$\sec\theta = -\frac{5}{4}$$

Ojo: −5/3 es la cosecante (invierte y); −4/5 es el coseno, sin invertir.

Truco: sec = 1/cos, csc = 1/sen, cot = 1/tan.

8. Respuesta B · El ángulo es 150°

1. El seno es la altura del punto: traza la recta horizontal a la altura 1/2
   $$\sin 30^\circ = 0.5$$
2. La recta corta el círculo en otro punto, simétrico respecto al eje y
   $$(0.87, 0.5) \to (-0.87, 0.5)$$
3. Ese punto está a 180° − 30° del eje x positivo
   $$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

Ojo: 210° suma 180° + 30° y 330° resta 360° − 30°: ambos quedan bajo el eje x y su seno es −0.5.

Truco: Los ángulos θ y 180° − θ tienen el mismo seno.

9. Respuesta A · Vale −√3/2

1. Un ángulo negativo gira en sentido horario: −120° y 240° llegan al mismo punto
   $$-120^\circ + 360^\circ = 240^\circ$$
2. Está en el cuadrante III, a 60° del eje x negativo, donde el seno es negativo
   $$240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$$
3. El seno de 60° es √3/2; con signo negativo
   $$\sin(-120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ojo: √3/2 ignora el sentido horario; −1/2 toma el coseno de −120° en lugar del seno.

Truco: sen(−θ) = −sen θ: el signo negativo cambia el lado del eje.

10. Respuesta C · Vale −1/2

1. 135° está en el cuadrante II, a 45° del eje x negativo
   $$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$
2. Con 45° de referencia, ambas coordenadas valen √2/2; la x es negativa y la y positiva
   $$\cos 135^\circ = -\sqrt{2}/2$$
   $$\sin 135^\circ = \sqrt{2}/2$$
3. Multiplica: un factor negativo hace negativo el producto
   $$(\sqrt{2}/2)(-\sqrt{2}/2)$$
   $$= -2/4 = -1/2$$

Ojo: 1/2 pierde el signo del coseno; 0 suma seno y coseno en lugar de multiplicarlos.

Truco: En el cuadrante II: seno positivo, coseno negativo.