Ecuaciones paramétricas

curvas x = f(t), y = g(t) y eliminación del parámetro.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

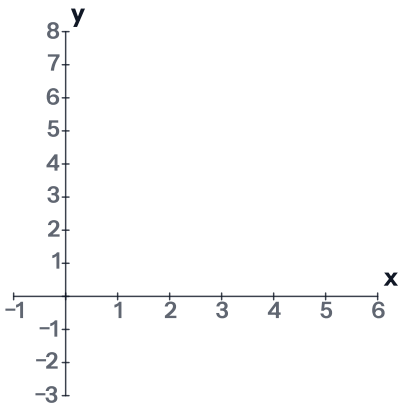
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Un punto se mueve según las ecuaciones paramétricas de abajo. ¿En qué punto está cuando t = 3?

$$x = t + 1$$
$$y = 2t - 1$$

A) (4, 5) **B)** (5, 4) **C)** (4, 6)



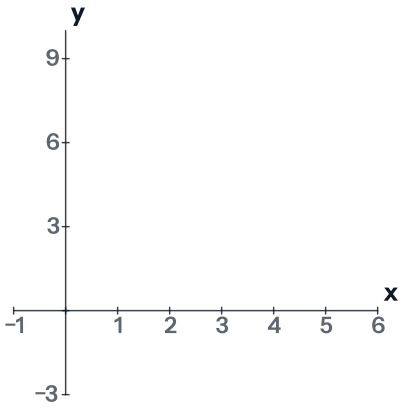
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Elimina el parámetro t de las ecuaciones de abajo. ¿Qué ecuación rectangular, y en términos de x, resulta?

$$x = t + 2$$
$$y = 3t$$

A) y = 3x − 6 **B)** y = 3x + 6 **C)** y = 3x − 2



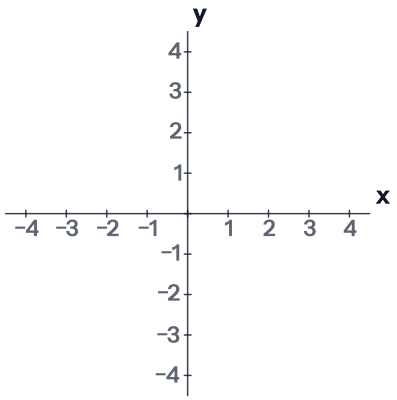
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Qué ecuación rectangular tiene la curva dada por las ecuaciones paramétricas de abajo?

$$x = 3\cos t$$
$$y = 3\sin t$$

A) $x^2 + y^2 = 3$ **B)** $x^2 + y^2 = 81$ **C)** $x^2 + y^2 = 9$



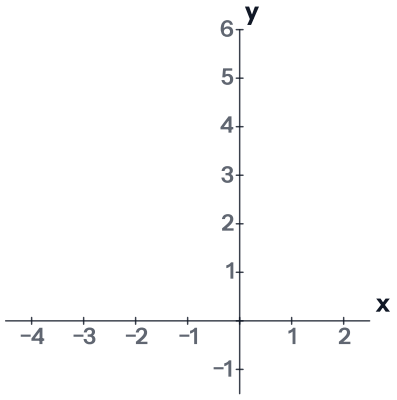
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Elimina el parámetro t de las ecuaciones de abajo. ¿Qué ecuación rectangular resulta?

$$x = t - 1$$
$$y = t^2$$

A) $y = (x + 1)^2$ **B)** $y = (x - 1)^2$ **C)** $y = x^2 + 1$



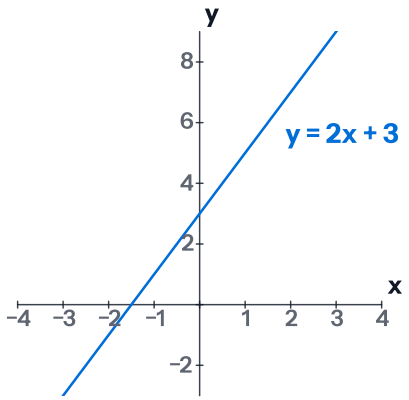
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál de estas parejas de ecuaciones paramétricas describe la recta de abajo? En cada opción, primero va x y después y.

$$y = 2x + 3$$

A) x = t − 1, y = 2t + 3 **B)** x = t − 1, y = 2t + 1 **C)** x = 2t, y = t + 3



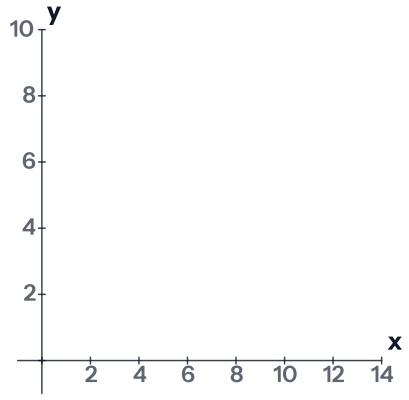
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Una pelota sale del suelo según las ecuaciones de abajo: x es la distancia horizontal y y la altura, ambas en metros, y t el tiempo en segundos. ¿A qué distancia horizontal cae de nuevo al suelo?

$$x = 3t$$
$$y = 8t - 2t^2$$

A) 4 m **B)** 6 m **C)** 12 m



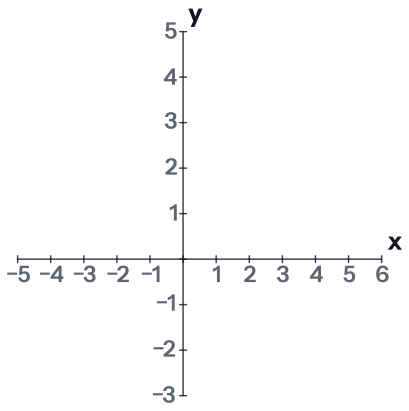
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿En qué puntos corta la curva de abajo al eje y?

$$x = t^2 - 4$$
$$y = t + 1$$

A) Solo en (0, 3) **B)** (0, 2) y (0, −2) **C)** (0, 3) y (0, −1)



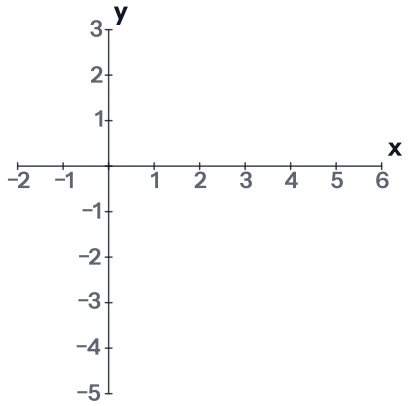
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Qué ecuación rectangular tiene la curva dada por las ecuaciones paramétricas de abajo?

$$x = 2 + 3\cos t$$
$$y = -1 + 3\sin t$$

A) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ **B)** $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ **C)** $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$



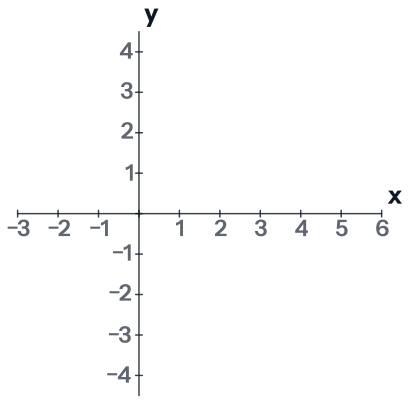
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Elimina el parámetro t de las ecuaciones de abajo. ¿Qué ecuación rectangular resulta, con x en términos de y?

$$x = t^2 - 1$$
$$y = 2t$$

A) $x = y^2/2 - 1$ **B)** $x = y^2/4 - 1$ **C)** $x = y^2/4 + 1$



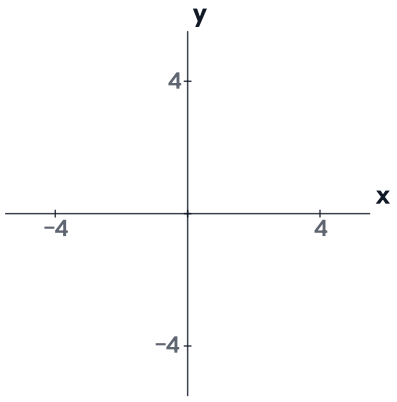
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Qué ecuación rectangular tiene la curva dada por las ecuaciones paramétricas de abajo?

$$x = 4\cos t$$
$$y = 2\sin t$$

A) $x^2/16 + y^2/4 = 1$ **B)** $x^2/4 + y^2/16 = 1$ **C)** $x^2/4 + y^2/2 = 1$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Cuando t = 3, el punto es (4, 5)

1. Sustituye t = 3 en la ecuación de x
   $$x = 3 + 1 = 4$$
2. Sustituye el mismo valor en la ecuación de y
   $$y = 2(3) - 1 = 5$$
3. El punto es la pareja (x, y); al variar t se recorre toda la recta
   $$(x, y) = (4, 5)$$

Ojo: (5, 4) intercambia x y y. (4, 6) calcula y = 2t sin restar el 1.
Truco: Cada valor de t da un punto: x con la primera ecuación y y con la segunda.

2. Respuesta A · La ecuación es y = 3x − 6

1. Despeja t de la ecuación de x
   $$x = t + 2$$
   $$t = x - 2$$
2. Sustituye t en la ecuación de y y distribuye el 3 a los dos términos
   $$y = 3(x - 2)$$
   $$y = 3x - 6$$
3. Comprueba con t = 3: el punto (5, 9) está en la recta
   $$9 = 3(5) - 6$$

Ojo: 3x + 6 sale de t = x + 2 (signo mal); 3x − 2 no multiplica el −2 por 3.
Truco: Despeja t en la ecuación más sencilla y sustitúyela en la otra, distribuyendo bien.

3. Respuesta C · La ecuación es x² + y² = 9

1. Eleva al cuadrado cada ecuación
   $$x^2 = 9\cos^2 t$$
   $$y^2 = 9\sin^2 t$$
2. Suma las dos y saca el 9 como factor común
   $$x^2 + y^2 = 9(\cos^2 t + \sin^2 t)$$
3. Como cos² t + sen² t = 1, queda la circunferencia de radio 3
   $$x^2 + y^2 = 9$$

Ojo: x² + y² = 3 deja el 3 sin elevar al cuadrado. x² + y² = 81 eleva al cuadrado también el 9.
Truco: Para seno y coseno del mismo t: eleva al cuadrado, suma y usa cos² t + sen² t = 1.

4. Respuesta A · La ecuación es y = (x + 1)²

1. Despeja t de la ecuación de x (la más sencilla)
   $$x = t - 1$$
   $$t = x + 1$$
2. Sustituye t en y = t²: el paréntesis se eleva completo al cuadrado
   $$y = (x + 1)^2$$
3. Es una parábola con vértice en t = 0: el punto (−1, 0)
   $$t = 0 : \ (x, y) = (-1, 0)$$

Ojo: y = (x − 1)² despeja t = x − 1 (signo mal). y = x² + 1 eleva cada término por separado.
Truco: Sumar 1 en x desplaza la parábola a la izquierda: el vértice queda en x = −1.

5. Respuesta B · Las ecuaciones son x = t − 1, y = 2t + 1

1. Sustituye la x de una opción en y = 2x + 3 y compara con la y de esa opción
   $$x = t - 1$$
   $$y = 2(t - 1) + 3 = 2t + 1$$
2. Las otras opciones no cumplen: sus puntos quedan fuera de la recta
   $$x = 2t \Rightarrow y = 4t + 3$$
3. Comprueba con t = 2: el punto (1, 5) cumple y = 2x + 3
   $$5 = 2(1) + 3$$

Ojo: 2t + 3 olvida que x = t − 1 ya se desplazó; con x = 2t, y sería 4t + 3.
Truco: Elige x = algo de t, sustitúyelo en la recta y comprueba un punto.

6. Respuesta C · Cae a 12 m de donde salió

1. Está en el suelo cuando la altura es 0: iguala y a 0 y factoriza
   $$8t - 2t^2 = 0$$
   $$2t(4 - t) = 0$$
2. Hay dos soluciones: t = 0 es el lanzamiento y t = 4 s es la caída
   $$t = 0 \quad \text{ó} \quad t = 4$$
3. La distancia horizontal es x en ese tiempo, no el tiempo mismo
   $$x = 3(4) = 12$$

Ojo: 4 es el tiempo de caída, no la distancia. 6 es la x del punto más alto, que ocurre en t = 2.
Truco: Lee qué pide: el parámetro (t) y las coordenadas (x, y) son cosas distintas.

7. Respuesta C · Corta al eje y en (0, 3) y en (0, −1)

1. Un punto está sobre el eje y cuando x = 0: iguala la ecuación de x a 0
   $t^2 - 4 = 0$
2. Hay dos valores de t: positivo y negativo
   $t = 2 \quad \text{ó} \quad t = -2$
3. Sustituye cada t en la ecuación de y
   $t = 2 : y = 3$
   $t = -2 : y = -1$

Ojo: «Solo (0, 3)» olvida la raíz negativa t = −2. (0, 2) y (0, −2) toman los valores de t como si fueran y.

Truco: Al despejar t^2 hay dos soluciones: cada una puede dar un punto distinto.

8. Respuesta B · La ecuación es $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

1. Pasa el número libre al otro lado para dejar solos el coseno y el seno
   $x - 2 = 3\cos t$
   $y + 1 = 3\sin t$
2. Eleva al cuadrado cada ecuación
   $(x - 2)^2 = 9\cos^2 t$
   $(y + 1)^2 = 9\sin^2 t$
3. Suma: $\cos^2 t + \text{sen}^2 t = 1$, así que el 9 queda solo
   $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

Ojo: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2$ invierte los signos del centro; el 3 sale de no elevar el radio al cuadrado.

Truco: x = h + r cos t, y = k + r sen t: centro (h, k) y radio r.

9. Respuesta B · La ecuación es $x = y^2/4 - 1$

1. Despeja t de la ecuación de y, que es lineal
   $y = 2t$
   $t = y/2$
2. Sustituye en x: el cociente se eleva completo al cuadrado
   $x = (y/2)^2 - 1$
   $x = y^2/4 - 1$
3. Es una parábola horizontal: vértice (−1, 0), abre a la derecha
   $t = 0 : (x, y) = (-1, 0)$

Ojo: $y^2/2 - 1$ eleva solo la y y deja el 2 sin elevar. $y^2/4 + 1$ pierde el signo del −1.

Truco: Si y está al cuadrado, la parábola abre hacia los lados.

10. Respuesta A · La ecuación es $x^2/16 + y^2/4 = 1$

1. Despeja cos t y sen t
   $\cos t = x/4$
   $\sin t = y/2$
2. Eleva al cuadrado y suma: $\cos^2 t + \text{sen}^2 t = 1$
   $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$
   $(x/4)^2 + (y/2)^2 = 1$
3. Eleva también los denominadores: es una elipse con semieje 4 en x y 2 en y
   $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

Ojo: $x^2/4 + y^2/16$ pone los semiejes intercambiados. $x^2/4 + y^2/2$ no eleva al cuadrado los denominadores.

Truco: x = a cos t, y = b sen t es una elipse: a^2 va bajo x^2 y b^2 bajo y^2.