Ecuación de la circunferencia y sus elementos

circunferencia: forma ordinaria y general, centro, radio y tangente.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

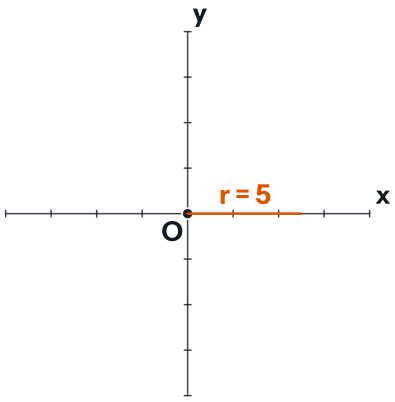
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Una circunferencia tiene su centro en el origen y su radio mide 5. ¿Cuál es su ecuación?

A) $x^2 + y^2 = 5$ **B)** $x^2 + y^2 = 10$ **C)** $x^2 + y^2 = 25$



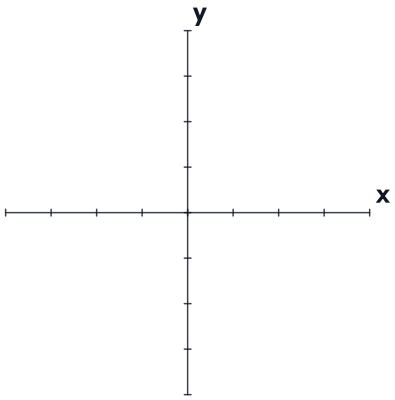
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

La circunferencia de abajo tiene su centro en el origen. ¿Cuánto mide su radio?

$$x^2 + y^2 = 36$$

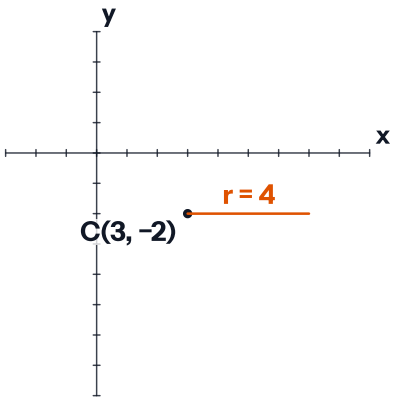
A) 36 **B)** 18 **C)** 6



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una circunferencia tiene su centro en C(3, −2) y su radio mide 4. ¿Cuál es su ecuación?



A) $(x-3)^2+(y+2)^2=16$ **B)** $(x+3)^2+(y-2)^2=16$

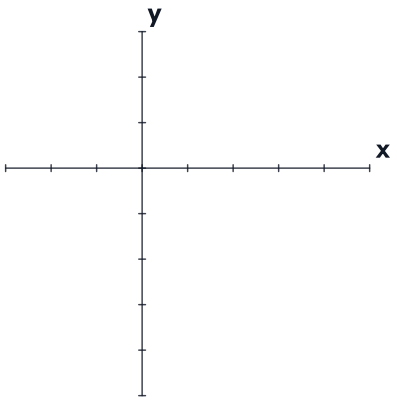
C) $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son el centro y el radio de la circunferencia de abajo?

$$(x-2)^2+(y+3)^2=25$$



A) Centro (2, −3) y radio 5 **B)** Centro (−2, 3) y radio 5

C) Centro (2, −3) y radio 25

Tu procedimiento

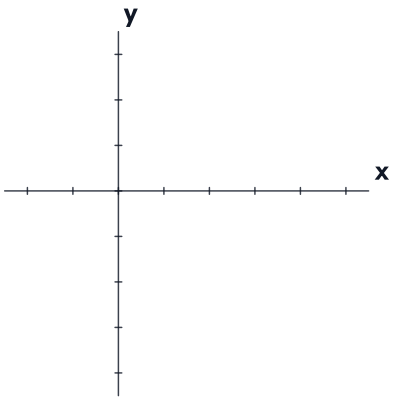
5 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son el centro y el radio de la circunferencia de abajo?

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$$

A) Centro (−3, 2) y radio 5 **B)** Centro (3, −2) y radio 5

C) Centro (3, −2) y radio $2\sqrt{3}$



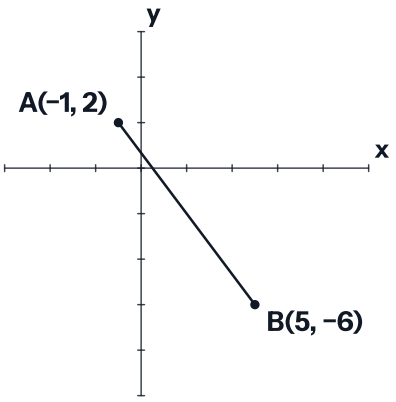
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Los puntos A(−1, 2) y B(5, −6) son los extremos de un diámetro de una circunferencia. ¿Cuál es su ecuación?

A) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ **B)** $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$

C) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$



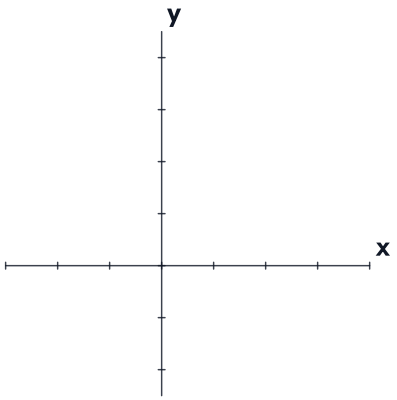
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál de los puntos está sobre la circunferencia de abajo?

$$(x-1)^2+(y-2)^2=25$$

A) (3, 4) **B)** (2, 2) **C)** (4, 6)



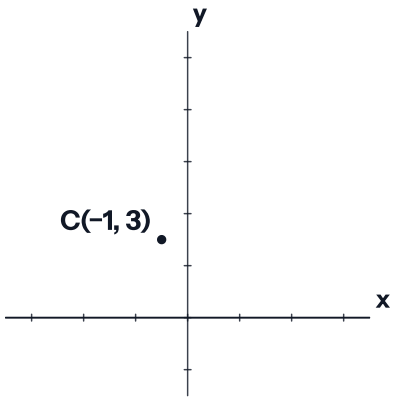
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una circunferencia tiene su centro en C(−1, 3) y es tangente al eje x. ¿Cuál es su ecuación?

A) $(x+1)^2+(y-3)^2=3$ **B)** $(x+1)^2+(y-3)^2=9$

C) $(x-1)^2+(y+3)^2=9$



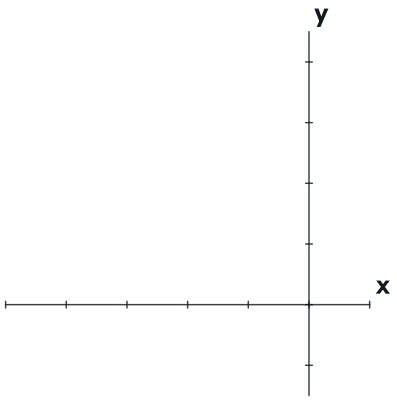
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto mide el radio de la circunferencia de abajo?

$$x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$$

A) 5 **B)** 4 **C)** $\sqrt{34}$



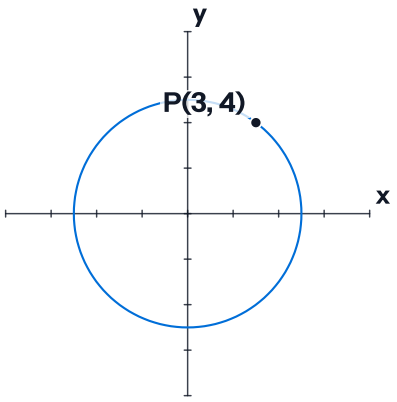
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la circunferencia de abajo en el punto P(3, 4)?

$$x^2 + y^2 = 25$$

A) $3x + 4y = 25$ **B)** $4x - 3y = 0$ **C)** $3x - 4y = -7$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · La ecuación es $x^2 + y^2 = 25$

1. Con el centro en el origen, todos los puntos cumplen la misma ecuación con el radio r
   $x^2 + y^2 = r^2$
2. El radio es 5: elévalo al cuadrado
   $r^2 = 5^2 = 25$
3. Sustituye r^2 en la ecuación
   $x^2 + y^2 = 25$

Ojo: $x^2 + y^2 = 5$ no eleva el radio al cuadrado; $x^2 + y^2 = 10$ lo multiplica por 2 en vez de elevarlo.
Truco: En la ecuación va r^2, nunca r.

2. Respuesta C · El radio mide 6

1. Compara con la forma $x^2 + y^2 = r^2$: el número de la derecha es r^2
   $r^2 = 36$
2. Para hallar r, saca la raíz cuadrada positiva
   $r = \sqrt{36} = 6$
3. Comprueba: el punto (6, 0) está a 6 unidades del centro
   $6^2 + 0^2 = 36$

Ojo: 36 es r^2, aún sin sacar la raíz; 18 sale de dividir 36 entre 2 pensando que es el diámetro.
Truco: El número a la derecha es r^2: saca la raíz.

3. Respuesta A · La ecuación es $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$

1. Con el centro en (h, k), la forma ordinaria resta h a x y k a y
   $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
2. Sustituye h = 3 y k = −2: restar un negativo es sumar
   $(x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = r^2$
   $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = r^2$
3. Eleva el radio al cuadrado
   $r^2 = 4^2 = 16$
   $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$

Ojo: La de $(x + 3)^2$ y $(y - 2)^2$ cambia los dos signos del centro. La que termina en 4 no eleva el radio.
Truco: Los signos de la ecuación son opuestos a las coordenadas del centro.

4. Respuesta A · El centro es (2, −3) y el radio es 5

1. Compara con $(x - h)^2$: en $(x - 2)^2$ el valor de h es 2
   $x - h = x - 2 \Rightarrow h = 2$
2. Compara con $(y - k)^2$: $y + 3$ es $y - (-3)$, así que k = −3
   $y + 3 = y - (-3) \Rightarrow k = -3$
3. El número de la derecha es r^2: saca la raíz
   $r^2 = 25$
   $r = \sqrt{25} = 5$

Ojo: El centro (−2, 3) copia los signos de la ecuación sin invertirlos; radio 25 olvida sacar la raíz.
Truco: El centro tiene el signo contrario al que ves; el radio es la raíz del número.

5. Respuesta B · El centro es (3, −2) y el radio es 5

1. Agrupa x con x, y con y; completa cada cuadrado sumando (mitad del coeficiente)² en ambos lados
   $(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 4y + 4)$
   $= 12 + 9 + 4$
2. Factoriza cada trinomio como binomio al cuadrado
   $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$
3. Lee la forma ordinaria: h = 3, k = −2 y r = $\sqrt{25}$
   $C(3, -2),\ r = 5$

Ojo: Centro (−3, 2) toma los signos tal cual; el radio $2\sqrt{3}$ sale de no sumar el 9 y el 4 a la derecha.
Truco: Al completar cuadrados, lo que sumas a la izquierda también va a la derecha.

6. Respuesta A · La ecuación es $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 25$

1. El centro es el punto medio del diámetro
   $h = (-1 + 5) \div 2 = 2$
   $k = (2 - 6) \div 2 = -2$
2. El radio es la mitad del diámetro
   $d = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
   $r = 10 \div 2 = 5$
3. Sustituye el centro y $r^2 = 25$
   $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Ojo: Con $(x + 2)^2$ y $(y - 2)^2$ se invierten los signos del centro. La de 100 usa el diámetro, 10, como r^2.
Truco: Centro = punto medio; radio = mitad del diámetro.

7. Respuesta C · El punto (4, 6) está sobre la circunferencia

1. Un punto está sobre la circunferencia si su distancia al centro (1, 2) es el radio 5
   $r^2 = 25$
2. Prueba (3, 4) y (2, 2): el lado izquierdo no vale 25
   $(3-1)^2 + (4-2)^2 = 8$
   $(2-1)^2 + (2-2)^2 = 1$
3. Prueba (4, 6): sí cumple
   $(4-1)^2 + (6-2)^2$
   $= 9 + 16 = 25$

Ojo: (3, 4) cumple $x^2 + y^2 = 25$, que olvida restar el centro; (2, 2) sale al sumar el centro en vez de restarlo.
Truco: Sustituye el punto y compara con r^2, sin olvidar restar el centro.

8. Respuesta B · La ecuación es $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

1. Si toca al eje x en un solo punto, el radio es la distancia del centro al eje: la altura del centro
   $r = |k| = 3$
2. Sustituye h = −1, k = 3 y r = 3
   $(x - (-1))^2 + (y - 3)^2 = 3^2$
3. Simplifica: el lado derecho es r^2, o sea 9
   $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

Ojo: El que termina en 3 deja r sin elevar al cuadrado; el otro invierte mal los signos del centro.
Truco: Tangente al eje x: r = |k|. Tangente al eje y: r = |h|.

9. Respuesta B · El radio mide 4

1. Pasa el término libre a la derecha y agrupa x con x, y con y
   $x^2 + 8x + y^2 - 6y = -9$
2. Completa cuadrados: suma 16 y 9 en ambos lados
   $x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9$
   $= -9 + 16 + 9$
3. Factoriza y lee r^2: r = $\sqrt{16}$
   $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$
   $r = \sqrt{16} = 4$

Ojo: 5 olvida el término libre 9 al completar; $\sqrt{34}$ lo suma en vez de pasarlo restando.
Truco: $r^2 = (h^2 + k^2)$ − término libre, no más.

10. Respuesta A · La tangente es 3x + 4y = 25

1. La tangente es perpendicular al radio que llega al punto: calcula la pendiente de ese radio
   $m_r = \frac{4}{3}$
2. La pendiente perpendicular es la recíproca con signo contrario
   $m_t = -\frac{3}{4}$
3. Escribe la recta por (3, 4) con esa pendiente
   $y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$
4. Multiplica por 4 y ordena
   $4y - 16 = -3x + 9$
   $3x + 4y = 25$

Ojo: 4x − 3y = 0 es la recta del radio; 3x − 4y = −7 no cambia el signo de la pendiente.
Truco: Tangente ⊥ radio: pendiente recíproca y de signo contrario.