Dominio y rango de funciones

hallar el dominio y el rango de funciones con raíces, fracciones, logaritmos y parábolas, algebraicamente y con su gráfica.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

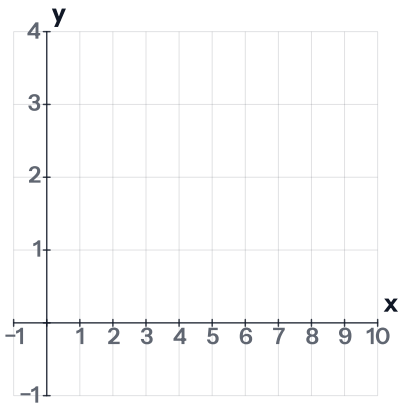
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el dominio de la función?

$$f(x) = \sqrt{x - 3}$$

A) $(3, \infty)$ **B)** $[3, \infty)$ **C)** $[-3, \infty)$



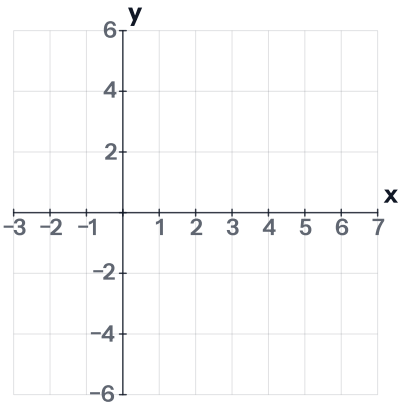
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el dominio de la función?

$$f(x) = \frac{1}{x - 2}$$

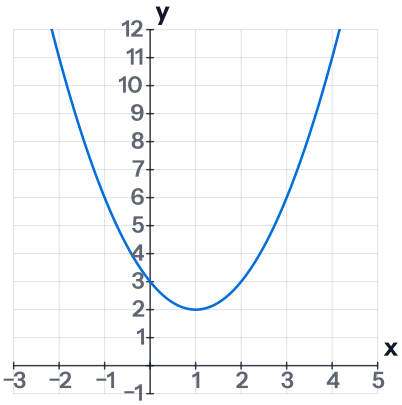
A) $\mathbb{R} - \{2\}$ **B)** $\mathbb{R} - \{-2\}$ **C)** $\mathbb{R} - \{1\}$



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

La figura muestra la gráfica de una función. ¿Cuál es su rango?



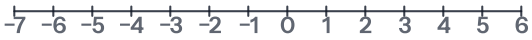
A) $[1, \infty)$ **B)** $[2, \infty)$ **C)** $\mathbb{R}$

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el dominio de la función?

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{x-1}$$



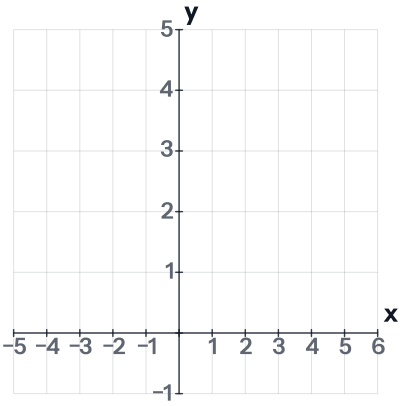
A) $[-5, \infty)$ **B)** $(-5, 1) \cup (1, \infty)$ **C)** $[-5, 1) \cup (1, \infty)$

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el dominio de la función?

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$$



A) $(-\infty, 4)$ **B)** $(-\infty, 4]$ **C)** $(4, \infty)$

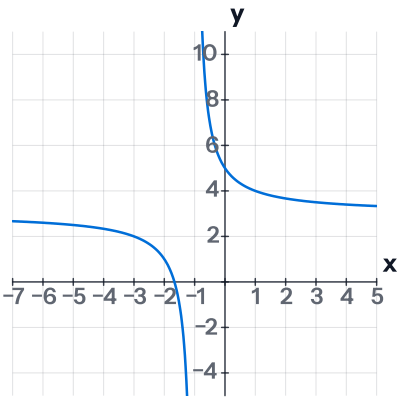
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Con ayuda de la gráfica, ¿cuál es el rango de la función?

$$f(x) = \frac{2}{x+1} + 3$$

A) $\mathbb{R} - \{3\}$ **B)** $\mathbb{R} - \{-1\}$ **C)** $\mathbb{R} - \{2\}$



Tu procedimiento

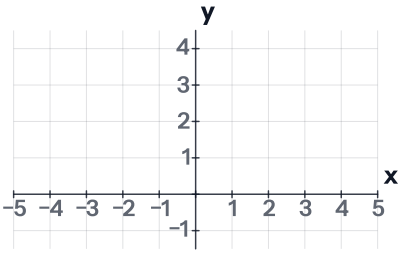
7 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son el dominio y el rango de la función?

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

A) Dominio [−3, 3]; rango [−3, 3] **B)** Dominio [0, 3]; rango [−3, 3]

C) Dominio [−3, 3]; rango [0, 3]

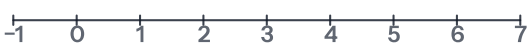


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el dominio de la función?

$$f(x) = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{5-x}}$$



A) (1, 5) **B)** [1, 5) **C)** (1, 5]

Tu procedimiento

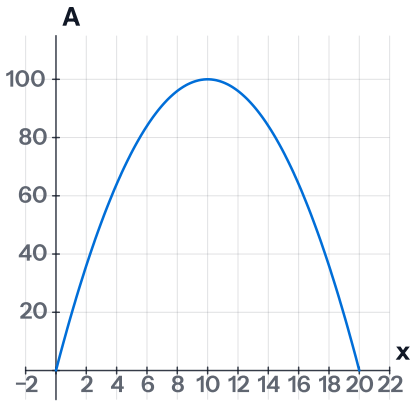
9 NIVEL DIFÍCIL

Con 40 metros de malla se forma un rectángulo de lados x y 20 − x metros. Los lados deben ser positivos. ¿Cuáles son el dominio y el rango del área?

$$A(x) = x(20 - x)$$

A) Dominio [0, 20]; rango [0, 100] **B)** Dominio (0, 20); rango (0, 100]

C) Dominio (0, 40); rango (0, 100]



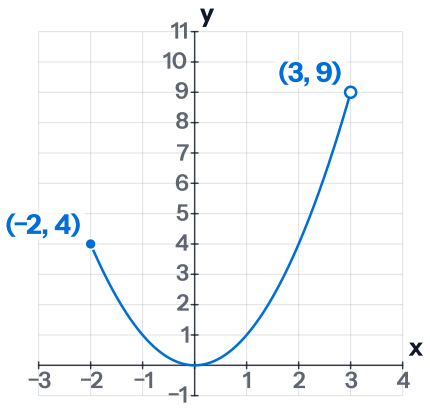
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La gráfica muestra f solo en el intervalo indicado. ¿Cuál es su rango?

$$f(x) = x^2, \quad -2 \le x < 3$$

A) [0, 9] **B)** [0, 4] **C)** [0, 9)



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El dominio es el intervalo [3, ∞)

1. Lo de adentro de la raíz no puede ser negativo
   $x - 3 \geq 0$
2. Despeja x: el 3 sí entra
   $x \geq 3$
3. Comprueba con la gráfica: empieza en x = 3 y sigue a la derecha

Ojo: (3, ∞) excluye el 3, que sí funciona (la raíz de 0 existe); [−3, ∞) resuelve x + 3 ≥ 0.
Truco: Bajo una raíz cuadrada: lo de adentro, mayor o igual que cero.

2. Respuesta A · El dominio es ℝ − {2}

1. El denominador no puede valer 0
   $x - 2 = 0$
2. Ese valor se excluye
   $x = 2$
3. Todos los demás reales sirven

Ojo: −2 sale de despejar x − 2 = 0 con el signo cambiado; 1 mira el numerador, que no importa.
Truco: Iguala el denominador a cero: esos valores son los excluidos.

3. Respuesta B · El rango es el intervalo [2, ∞)

1. Ubica el punto más bajo de la curva: el vértice
2. Ninguna salida queda por debajo de 2
3. Desde 2 hacia arriba aparecen todas las alturas
   $y \geq 2$

Ojo: [1, ∞) usa la coordenada x del vértice; ℝ es el dominio, no el rango.
Truco: Rango: lee el eje vertical, de la altura mínima a la máxima.

4. Respuesta C · [−5, 1) ∪ (1, ∞)

1. La raíz pide que lo de adentro sea cero o positivo
   $x + 5 \geq 0$
   $x \geq -5$
2. El denominador no puede ser 0
   $x - 1 \neq 0$
   $x \neq 1$
3. Junta las dos condiciones

Ojo: [−5, ∞) olvida que el denominador se anula en 1; con (−5, …) se excluye −5, donde la raíz vale 0.
Truco: Revisa cada restricción por separado y luego intersecta.

5. Respuesta A · El dominio es (−∞, 4)

1. La raíz va en el denominador: lo de adentro debe ser positivo, no cero
   $4 - x > 0$
2. Despeja x: pasa la x al otro lado
   $4 > x$
   $x < 4$
3. El 4 queda fuera; todo lo menor sirve

Ojo: (−∞, 4] incluye el 4, donde el denominador es 0; (4, ∞) resuelve 4 − x > 0 con el sentido al revés.
Truco: Si la raíz está en un denominador, lo de adentro debe ser estrictamente positivo.

6. Respuesta A · El rango es ℝ − {3}

1. Resta 3: lo que queda es la fracción
   $f(x) - 3 = \dfrac{2}{x + 1}$
2. Una fracción con numerador 2 nunca vale 0
   $f(x) - 3 \neq 0$
3. Cualquier otra altura sí se alcanza

Ojo: ℝ − {−1} es el dominio, no el rango; ℝ − {2} toma el numerador como altura de la asíntota.
Truco: Dominio: valores de x prohibidos. Rango: alturas que la curva no alcanza.

7. Respuesta C · Dominio [−3, 3] y rango [0, 3]

1. Dominio: lo de adentro debe ser cero o positivo
   $9 - x^2 \geq 0$
   $-3 \leq x \leq 3$
2. La gráfica es la mitad superior de una circunferencia
3. Rango: la raíz no es negativa y su máximo es 3
   $f(0) = \sqrt{9} = 3$

Ojo: Rango [−3, 3] sería la circunferencia completa; la raíz nunca da negativos. Dominio [0, 3] olvida las x negativas, que también sirven.
Truco: Dominio se lee en el eje horizontal; rango, en el vertical.

8. Respuesta A · El dominio es el intervalo (1, 5)

1. El logaritmo pide un argumento positivo
   $x - 1 > 0$
   $x > 1$
2. La raíz del denominador pide 5 − x positivo
   $5 - x > 0$
   $x < 5$
3. Intersecta las dos condiciones
   $1 < x < 5$

Ojo: [1, 5) incluye el 1, donde ln(0) no existe; (1, 5] incluye el 5, donde el denominador vale 0.
Truco: Cada función pide lo suyo: anota una condición por cada una y cruza.

9. Respuesta B · Dominio (0, 20) y rango (0, 100]

1. Los dos lados deben ser positivos
   $x > 0$
   $20 - x > 0$
   $0 < x < 20$
2. El área máxima está en el vértice, x = 10
   $A(10) = 10 \cdot 10 = 100$
3. El área cubre de 0 (sin llegar) hasta 100
   $0 < A \leq 100$

Ojo: Con lados 0 o 20 no hay rectángulo, así que los extremos se excluyen; 40 es el perímetro, no el largo máximo.
Truco: En problemas con contexto, el dominio lo marcan las cantidades físicas posibles.

10. Respuesta C · El rango es [0, 9)

1. El valor más pequeño es 0, en x = 0, que sí está en el dominio
   $f(0) = 0$
2. Los extremos dan 4 y casi 9: x = 3 no se alcanza
   $f(-2) = 4$
   $f(3) = 9 \ (\text{no se alcanza})$
3. Las alturas cubren de 0 a 9, sin incluir el 9
   $0 \leq y < 9$

Ojo: [0, 9] incluye el 9, pero x = 3 no está en el dominio; [0, 4] solo mira el extremo x = −2.
Truco: Mira los extremos del dominio: ¿están cerrados o abiertos? Eso decide el rango.