Desviación estándar

dispersión, varianza y desviación estándar con datos pequeños.

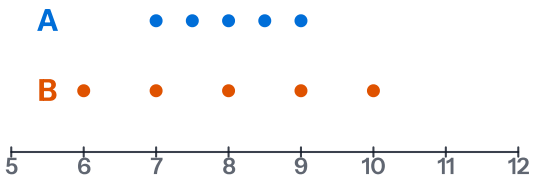
- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Dos grupos de 5 alumnos tienen media de 8 en un examen. Calificaciones del grupo A: 7, 7.5, 8, 8.5 y 9. Del grupo B: 6, 7, 8, 9 y 10. ¿Cuál afirmación es correcta?



A) B tiene mayor desviación estándar que A

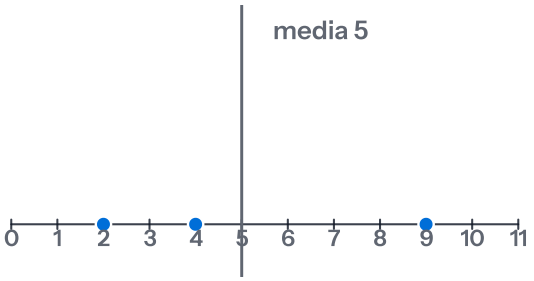
B) A tiene mayor desviación estándar que B

C) Tienen igual desviación, porque la media es igual

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Los datos 2, 4 y 9 tienen media 5. ¿Cuáles son sus desviaciones respecto a la media, en ese orden?



A) 3, 1, −4 **B)** −3, −1, 4 **C)** −2, 0, 5

Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Las desviaciones de cuatro datos respecto a su media son −3, −1, 1 y 3. ¿Cuánto vale la varianza poblacional?

A) 20 **B)** 0 **C)** 5



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Los tiempos, en minutos, de cinco trayectos son 4, 6, 7, 8 y 10. Calcula la desviación estándar poblacional (se divide entre n).

A) 2 **B)** 4 **C)** $\sqrt{5}$



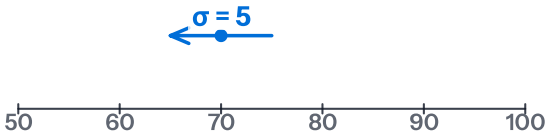
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Un grupo tiene media de 70 y desviación estándar de 5. A todos se les suman 10 puntos extra. ¿Cuáles son la nueva media y la nueva desviación estándar?

A) media 80 y desviación 15 **B)** media 70 y desviación 5

C) media 80 y desviación 5



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Calcula la desviación estándar poblacional de los datos 2, 4, 6, 8 y 10. Redondea a dos decimales.

A) 3.16 **B)** 2.83 **C)** 6.32



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Los tiempos, en minutos, de 8 trayectos son 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8 y 11. Su media es 7 y su desviación estándar es 2. ¿Cuántos trayectos están a una desviación estándar o menos de la media?

A) 6 **B)** 8 **C)** 2



Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Las calificaciones de un grupo tienen media de 60 y desviación estándar de 3. El maestro multiplica todas por 2 y luego les suma 5. ¿Cuál es la nueva desviación estándar?

A) 8 **B)** 11 **C)** 6



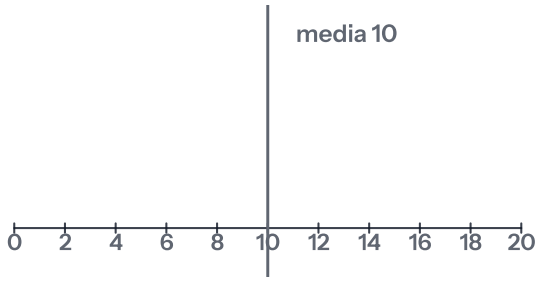


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Dos datos tienen media 10 y desviación estándar poblacional 4. ¿Cuáles son esos dos datos?

A) 8 y 12 **B)** 6 y 14 **C)** 2 y 18



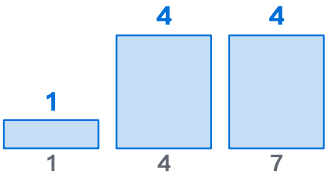
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una encuesta a 9 personas sobre los libros leídos en un mes dio la tabla. ¿Cuál es la desviación estándar poblacional?

$$\begin{aligned} \text{libros}: &\ 1,\ 4,\ 7 \\ \text{personas}: &\ 1,\ 4,\ 4 \end{aligned}$$

A) 4 **B)** $\sqrt{6}$ **C)** 2



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · B es más disperso, así que su σ es mayor

1. Las dos medias son 8: el promedio no distingue a los grupos
   $\bar{x}_A = 8, \quad \bar{x}_B = 8$
2. La desviación estándar mide qué tan lejos quedan los datos de la media
   $\text{rango de } A = 2$
   $\text{rango de } B = 4$
3. Al calcularla, la de B resulta mayor
   $\sigma_A^2 = 2.5 \div 5 = 0.5$
   $\sigma_B^2 = 10 \div 5 = 2$
   $\sigma_A \approx 0.71, \ \sigma_B \approx 1.41$

Ojo: Misma media no implica misma dispersión: A tiene los datos más juntos, por eso su desviación es menor.
Truco: Datos más juntos, desviación pequeña; más separados, desviación grande.

2. Respuesta B · Las desviaciones son −3, −1 y 4

1. La desviación es el dato menos la media; para el 2 queda a la izquierda
   $2 - 5 = -3$
2. Igual para el 4 y para el 9
   $4 - 5 = -1$
   $9 - 5 = 4$
3. Comprobación: las desviaciones suman cero
   $-3 + (-1) + 4 = 0$

Ojo: 3, 1, −4 resta al revés (media menos dato); −2, 0, 5 toma 4 como si fuera la media.
Truco: Desviación = dato − media; todas juntas suman cero.

3. Respuesta C · La varianza es 5

1. Eleva al cuadrado cada desviación
   $(-3)^2 = 9, \quad (-1)^2 = 1$
   $1^2 = 1, \quad 3^2 = 9$
2. Suma los cuadrados
   $9 + 1 + 1 + 9 = 20$
3. Divide entre el número de datos, n = 4
   $\sigma^2 = \frac{20}{4} = 5$

Ojo: 20 es la suma de cuadrados sin dividir entre n; 0 sale de sumar las desviaciones sin elevarlas al cuadrado.
Truco: Varianza = promedio de las desviaciones al cuadrado.

4. Respuesta A · La desviación estándar es 2 minutos

1. Calcula la media
   $\bar{x} = \frac{4 + 6 + 7 + 8 + 10}{5} = 7$
2. Desviaciones: cada dato menos la media
   $-3, \ -1, \ 0, \ 1, \ 3$
3. Eleva al cuadrado, suma y divide entre n: es la varianza
   $\sigma^2 = \frac{9 + 1 + 0 + 1 + 9}{5} = 4$
4. La desviación estándar es la raíz de la varianza
   $\sigma = \sqrt{4} = 2$

Ojo: 4 es la varianza: falta la raíz. √5 divide entre n − 1 (4) en vez de entre n (5).
Truco: σ es la raíz de la suma de cuadrados entre n.

5. Respuesta C · Media 80 y desviación 5

1. Sumar lo mismo a todos corre la media esa misma cantidad
   $70 + 10 = 80$
2. Las distancias entre los datos y la media no cambian
   $(x + 10) - (\bar{x} + 10) = x - \bar{x}$
3. Entonces la desviación estándar sigue siendo 5
   $\bar{x}' = 80, \quad \sigma' = 5$

Ojo: La desviación 15 sale de sumar 10 también a σ; media 70 y σ 5 supone que nada cambia.
Truco: Sumar una constante mueve la media, pero no cambia σ.

6. Respuesta B · σ ≈ 2.83

1. Calcula la media
   $\bar{x} = \frac{30}{5} = 6$
2. Eleva al cuadrado las desviaciones y súmalas
   $(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2$
   $+2^2 + 4^2$
   $= 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40$
3. Varianza poblacional: divide entre n = 5
   $\sigma^2 = \frac{40}{5} = 8$
4. La desviación estándar es la raíz de la varianza
   $\sigma = \sqrt{8} \approx 2.83$

Ojo: 3.16 sale de dividir entre n − 1 (la raíz de 10); 6.32 olvida dividir: es la raíz de 40.
Truco: Población: divide entre n. Muestra: entre n − 1. El enunciado dice cuál.

7. Respuesta A · 6 trayectos

1. El intervalo va de la media menos σ a la media más σ
   $7 - 2 = 5, \quad 7 + 2 = 9$
2. Marca de 5 a 9: los extremos también cuentan
   $5 \leq x \leq 9$
3. Cuenta los datos dentro del tramo
   $5,\ 6,\ 7,\ 7,\ 8,\ 8 \Rightarrow 6$

Ojo: 8 usa la varianza 4 como distancia (3 a 11) y cuenta todos; 2 cuenta solo los de afuera (4 y 11).
Truco: Una desviación: de media − σ a media + σ, extremos incluidos.

8. Respuesta C · La nueva desviación estándar es 6

1. Hay dos operaciones, y cada una afecta distinto a la desviación
   $x \to 2x \to 2x + 5$
2. Multiplicar por 2 estira todo: la desviación se multiplica por 2
   $\sigma_1 = 2 \times 3 = 6$
3. Sumar 5 solo desplaza: la desviación no cambia
   $\sigma_2 = \sigma_1 = 6$
4. La media de 60 no interviene en la nueva desviación
   $\sigma_{\text{nueva}} = 6$

Ojo: 8 olvida que multiplicar afecta a σ (3 + 5); 11 aplica también el +5 a σ (2 × 3 + 5).
Truco: Multiplicar por k multiplica σ por k; sumar no la cambia.

9. Respuesta B · Los datos son 6 y 14

1. Con dos datos y media 10, uno está d por debajo y el otro d por encima
   $x_1 = 10 - d, \quad x_2 = 10 + d$
2. La varianza es el promedio de d² y d²: queda d²
   $\sigma^2 = \dfrac{d^2 + d^2}{2} = d^2$
3. Como σ = 4, la distancia d es 4
   $\sigma = d = 4$
4. Los datos son 10 − 4 y 10 + 4
   $10 - 4 = 6, \quad 10 + 4 = 14$

Ojo: 8 y 12 están a 2 de la media (daría σ = 2); 2 y 18 están a 8 (daría σ = 8).
Truco: Con dos datos, σ es la distancia de cada dato a la media.

10. Respuesta C · La desviación estándar es 2 libros

1. Media ponderada: cada valor pesa lo que se repite
   $\bar{x} = \dfrac{1(1) + 4(4) + 7(4)}{9}$
   $= \dfrac{45}{9} = 5$
2. Desviaciones: 1 − 5, 4 − 5 y 7 − 5
   $-4, \quad -1, \quad 2$
3. Cuadrados multiplicados por su frecuencia
   $1(16) + 4(1) + 4(4) = 36$
4. Divide entre 9 y saca la raíz
   $\sigma^2 = \dfrac{36}{9} = 4$
   $\sigma = 2$

Ojo: $\sqrt{6}$ ignora las frecuencias (trata 1, 4 y 7 como datos únicos); 4 es la varianza, falta la raíz.
Truco: Con frecuencias, multiplica cada cuadrado por su frecuencia y divide entre el total.