Desfasamiento de funciones trigonométricas

desfase horizontal y desplazamiento vertical en y = A sen(B(x − c)) + d.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

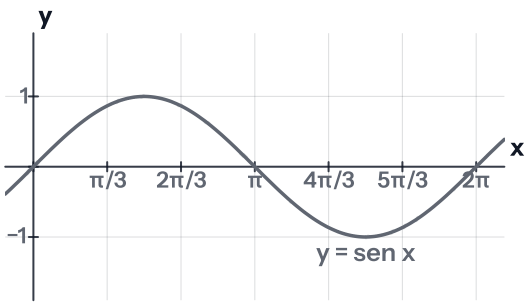
1 NIVEL FÁCIL

¿Cómo se desplaza la gráfica de esta función respecto a la de y = sen x?

$$y = \operatorname{sen}(x - \pi/3)$$

A) $\pi/3$ a la izquierda **B)** $\pi/3$ hacia arriba

C) $\pi/3$ a la derecha



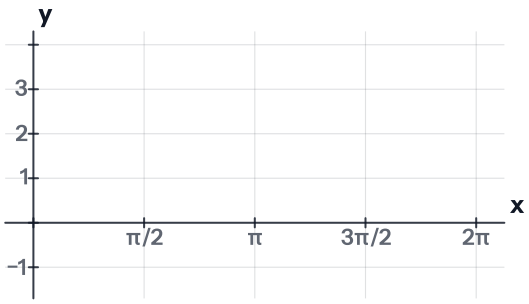
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el rango de la función?

$$y = \cos x + 2$$

A) $[1, 3]$ **B)** $[-1, 1]$ **C)** $[2, 4]$

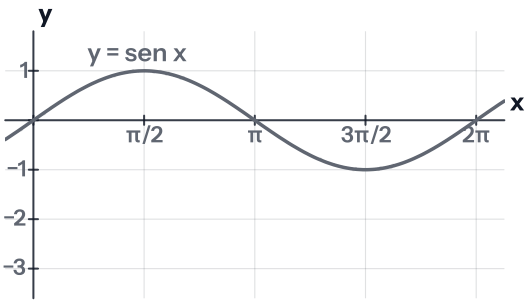


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

La gráfica de y = sen x se baja 2 unidades, sin moverla a los lados. ¿Cuál es la nueva ecuación?

A) $y = \operatorname{sen} x - 2$ **B)** $y = \operatorname{sen}(x - 2)$ **C)** $y = \operatorname{sen} x + 2$



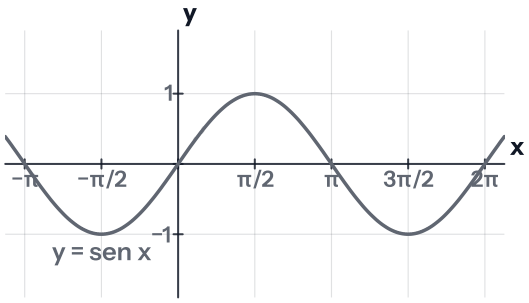
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Con cuál función coincide la gráfica de y = sen(x + π/2)?

$$y = \operatorname{sen}(x + \pi/2)$$

A) $y = -\cos x$ **B)** $y = -\operatorname{sen} x$ **C)** $y = \cos x$



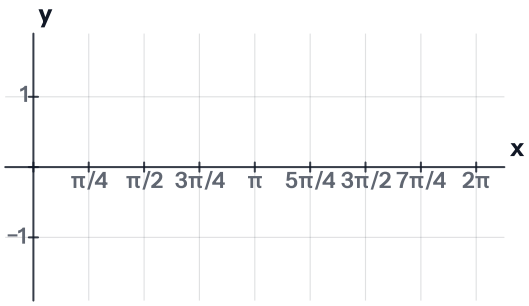
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿En qué valor de x, positivo y el más pequeño, está el máximo de la función?

$$y = \operatorname{sen}(x - \pi/4)$$

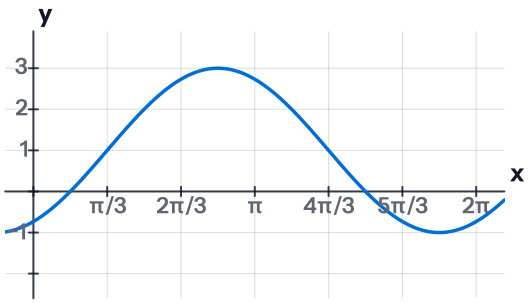
A) $\pi/4$ **B)** $3\pi/4$ **C)** $\pi/2$



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

La gráfica es de la forma y = A sen(x − c) + d, con A positiva. Tiene máximo 3, mínimo −1 y cruza su recta media subiendo en x = π/3. ¿Cuál es su ecuación?



A) $y = 2\,\mathrm{sen}(x - \pi/3) + 1$ **B)** $y = 2\,\mathrm{sen}(x + \pi/3) + 1$

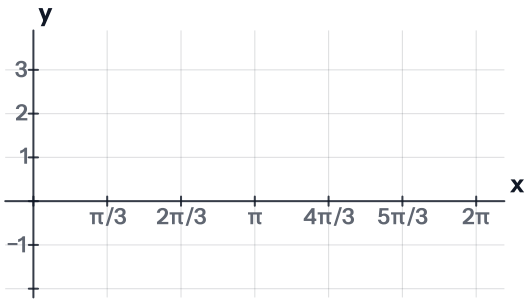
C) $y = 2\,\mathrm{sen}(x - \pi/3) + 3$

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuánto vale f(2π/3)?

$$f(x) = 2\,\mathrm{sen}(x - \pi/6) + 1$$



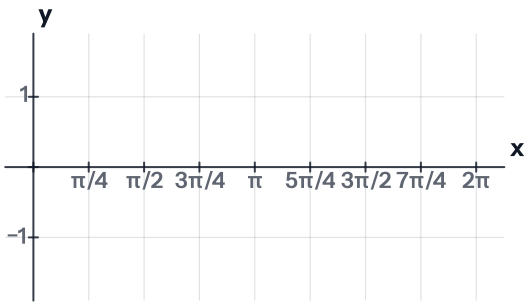
A) 2 **B)** $1 + \sqrt{3}$ **C)** 3

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el desfase de la función? Positivo significa hacia la derecha.

$$y = \mathrm{sen}(2x - \pi/2)$$



A) $\pi/2$ a la derecha **B)** $\pi/4$ a la derecha

C) $\pi/4$ a la izquierda

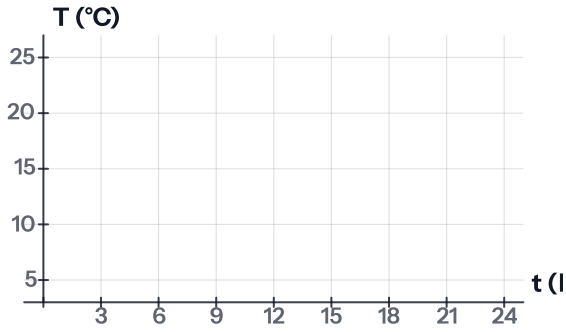
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

La temperatura T, en grados, cambia con la hora t del día, contada desde medianoche. ¿A qué hora es máxima?

$$T = 15 + 8\,\text{sen}\,\frac{\pi(t-9)}{12}$$

A) t = 9 **B)** t = 15 **C)** t = 6



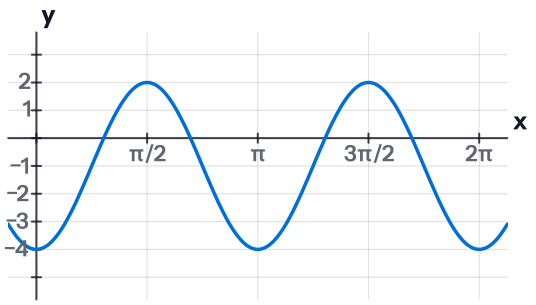
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La gráfica es de la forma y = A sen(B(x − c)) + d, con A y B positivas. Máximo 2, mínimo −4, periodo π y cruza su recta media subiendo en x = π/4. ¿Cuál es su ecuación?

A) $y = 3\,\text{sen}(2(x - \pi/4)) - 1$ **B)** $y = 3\,\text{sen}(2x - \pi/4) - 1$

C) $y = 3\,\text{sen}(2(x + \pi/4)) - 1$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · Se desplaza π/3 a la derecha

1. Busca dónde el paréntesis vale 0: ahí empieza el ciclo
   $x - \pi/3 = 0 \Rightarrow x = \pi/3$
2. La curva nueva empieza su ciclo en π/3, no en 0
   $y = \operatorname{sen}(x - \pi/3)$
3. Cada punto se mueve π/3 a la derecha
   $c = \pi/3$

Ojo: Restar dentro del paréntesis no la corre a la izquierda; subir la gráfica requiere sumar fuera del seno.
Truco: Dentro del paréntesis, x − c corre la gráfica c unidades a la derecha.

2. Respuesta A · El rango es [1, 3]

1. El coseno solo toma valores entre −1 y 1
   $-1 \leq \cos x \leq 1$
2. Sumar 2 sube toda la curva 2 unidades
   $-1 + 2 \leq \cos x + 2 \leq 1 + 2$
3. El mínimo ahora es 1 y el máximo es 3
   $1 \leq \cos x + 2 \leq 3$

Ojo: [−1, 1] es el rango del coseno sin la suma; [2, 4] toma la recta media y = 2 como si fuera el mínimo.
Truco: Sumar d fuera de la función mueve máximo y mínimo d unidades.

3. Respuesta A · La ecuación es y = sen x − 2

1. Bajar 2 unidades resta 2 a la altura de cada punto
   $y \to y - 2$
2. Por eso el 2 se resta fuera del seno
   $y = \operatorname{sen} x - 2$
3. Dentro del paréntesis, el 2 la correría a los lados
   $y = \operatorname{sen}(x - 2)$

Ojo: sen(x − 2) mueve la curva a la derecha en vez de bajarla; sen x + 2 la sube en lugar de bajarla.
Truco: Fuera del seno cambia la altura; dentro, la posición lateral.

4. Respuesta C · Coincide con y = cos x

1. Sumar π/2 dentro del seno corre la curva a la izquierda
   $y = \operatorname{sen}(x + \pi/2)$
2. El máximo, que estaba en π/2, ahora está en x = 0
   $x + \pi/2 = \pi/2 \Rightarrow x = 0$
3. Una onda que empieza en su máximo es el coseno
   $\operatorname{sen}(x + \pi/2) = \cos x$

Ojo: −cos x sale de restar π/2 en lugar de sumarlo; −sen x sale de sumar π completo, no π/2.
Truco: Desfasar el seno π/2 a la izquierda da el coseno.

5. Respuesta B · El máximo está en x = 3π/4

1. El seno simple vale 1 cuando su ángulo es π/2
   $\operatorname{sen}\theta = 1$
   $\theta = \pi/2$
2. Aquí el ángulo es x − π/4: iguálalo a π/2
   $x - \pi/4 = \pi/2$
3. Despeja x sumando π/4 a ambos lados
   $x = \pi/2 + \pi/4 = 3\pi/4$

Ojo: π/4 resta el desfase en lugar de sumarlo; π/2 lo ignora y es el máximo de sen x.
Truco: Iguala lo de dentro del paréntesis a π/2 y despeja.

6. Respuesta A · La ecuación es y = 2 sen(x − π/3) + 1

1. La recta media está a medio camino entre máximo y mínimo
   $d = (3 + (-1))/2 = 1$
2. La amplitud es la mitad de la distancia entre máximo y mínimo
   $A = (3 - (-1))/2 = 2$
3. El desfase c es donde la curva cruza la recta media subiendo
   $c = \pi/3$
4. Escribe la ecuación con A = 2, c = π/3 y d = 1
   $y = 2\operatorname{sen}(x - \pi/3) + 1$

Ojo: Con x + π/3 la curva se correría a la izquierda; sumar 3 toma el máximo como recta media.
Truco: d = promedio, A = mitad de la diferencia, c = donde sube por la recta media.

7. Respuesta C · f(2π/3) vale 3

1. Calcula el ángulo dentro del seno
   $2\pi/3 - \pi/6 = 4\pi/6 - \pi/6$
   $= 3\pi/6 = \pi/2$
2. Calcula el seno y multiplica por 2
   $2\operatorname{sen}(\pi/2) = 2 \cdot 1 = 2$
3. Suma 1: el valor de la función
   $f(2\pi/3) = 2 + 1 = 3$

Ojo: 2 olvida sumar el 1; 1 + √3 evalúa el seno en 2π/3 sin restar el desfase π/6.
Truco: Sustituye, resta el desfase dentro, calcula el seno y suma d al final.

8. Respuesta B · El desfase es π/4 a la derecha

1. Factoriza el 2 para dejar la x sola dentro del paréntesis
   $2x - \pi/2 = 2(x - \pi/4)$
2. Ahora se lee x − c con c = π/4
   $y = \operatorname{sen}(2(x - \pi/4))$
3. El ciclo empieza en π/4: desfase π/4 a la derecha
   $c = \pi/4$

Ojo: π/2 sale de leer el número sin factorizar el 2; a la izquierda ocurriría con x + π/4.
Truco: Antes de leer el desfase, saca B de factor: B(x − c).

9. Respuesta B · Es máxima a las 15 h

1. La temperatura oscila alrededor de 15 con amplitud 8
   $d = 15, \quad A = 8$
2. El desfase es 9: a las 9 h la curva cruza la recta media subiendo
   $c = 9$
3. Un día dura 24 h: del cruce al máximo pasa un cuarto, 6 h
   $\text{periodo} = 2\pi/(\pi/12) = 24$
   $24/4 = 6$
4. El máximo ocurre 6 h después de las 9
   $t = 9 + 6 = 15$

Ojo: 9 es el desfase, no el máximo; 6 es el tiempo del cruce al máximo, sin sumar el desfase.
Truco: Máximo = desfase + un cuarto del periodo.

10. Respuesta A · La ecuación es y = 3 sen(2(x − π/4)) − 1

1. La recta media es el promedio del máximo y el mínimo
   $d = (2 + (-4))/2 = -1$
2. La amplitud es la mitad de la distancia entre ellos
   $A = (2 - (-4))/2 = 3$
3. Con periodo π, B = 2π entre π
   $B = 2\pi/\pi = 2$
4. El ciclo sube por la recta media en π/4: c = π/4
   $c = \pi/4$
5. Escribe B multiplicando a todo el paréntesis (x − c)
   $y = 3\operatorname{sen}(2(x - \pi/4)) - 1$

Ojo: 2x − π/4 no multiplica el desfase por B: corre la curva solo π/8; con x + π/4 se correría a la izquierda.
Truco: B multiplica a todo el paréntesis: B(x − c).