Coordenadas polares y plano polar

plano polar, conversión polar-rectangular y curvas polares.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

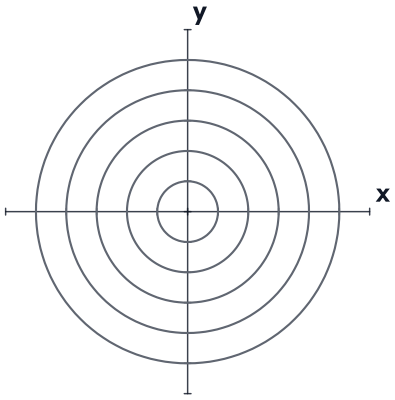
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

El punto P tiene las coordenadas polares de abajo: el primer número es el radio y el segundo, el ángulo. ¿Cuáles son sus coordenadas rectangulares?

$$(r, \theta) = (4, 90^\circ)$$

A) (0, 4) **B)** (4, 0) **C)** (0, -4)

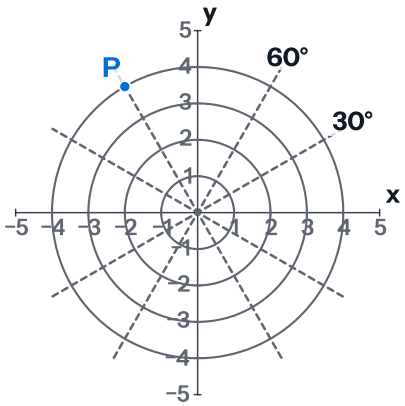


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas polares (r, θ) del punto P de la figura? El ángulo se mide desde el eje x positivo, girando en sentido contrario a las manecillas del reloj.

A) (4, 120°) **B)** (120°, 4) **C)** (4, 60°)



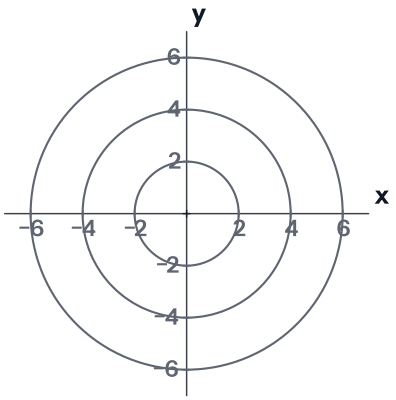
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Pasa el punto de coordenadas polares de abajo a coordenadas rectangulares. Usa cos 30° = $\sqrt{3}/2$ y sen 30° = 1/2.

$$(r, \theta) = (6, 30^\circ)$$

A) $(3, 3\sqrt{3})$ **B)** $(\sqrt{3}/2, 1/2)$ **C)** $(3\sqrt{3}, 3)$

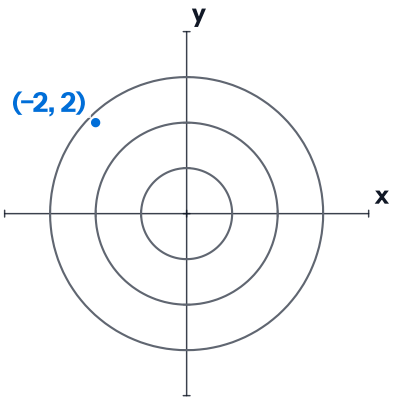


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Un punto tiene coordenadas rectangulares (-2, 2). ¿Cuáles son sus coordenadas polares (r, θ), con r positivo y θ entre 0° y 360°?

A) $(2\sqrt{2}, 45°)$ **B)** $(2\sqrt{2}, 135°)$ **C)** $(2\sqrt{2}, 315°)$



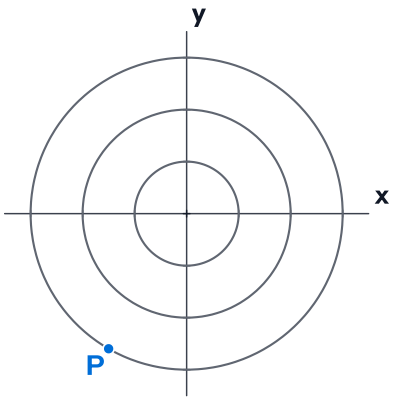
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Un punto tiene coordenadas rectangulares de abajo. ¿Cuáles son sus coordenadas polares (r, θ), con r positivo y θ entre 0° y 360°?

$$(x, y) = (-3, -3\sqrt{3})$$

A) (6, 60°) **B)** (6, 120°) **C)** (6, 240°)

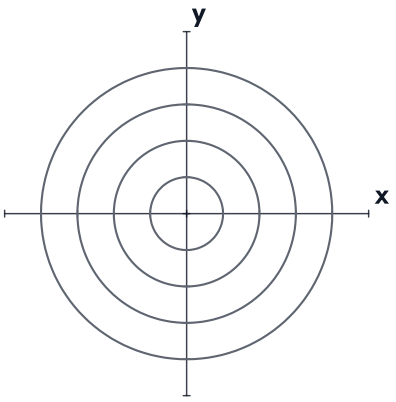


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

El punto Q tiene coordenadas polares (-3, 60°). Con r negativo se avanza en sentido contrario al rayo del ángulo. ¿Qué coordenadas polares, con r positivo y θ entre 0° y 360°, describen el mismo punto?

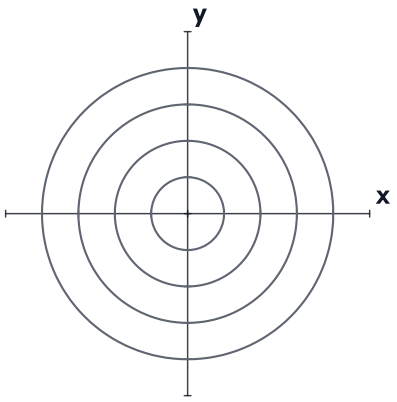
A) (3, 60°) **B)** (3, 240°) **C)** (3, 120°)



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Qué gráfica tiene en coordenadas polares la ecuación $\theta = 60°$, si r puede tomar cualquier valor real (positivo, cero o negativo)?



A) Una recta por el origen con pendiente $\sqrt{3}/3$

B) Una recta por el origen con pendiente 60

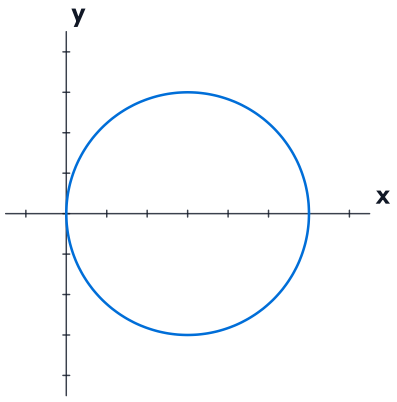
C) Una recta por el origen con pendiente $\sqrt{3}$

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es la ecuación rectangular de la curva de abajo, dada en coordenadas polares? Recuerda que $x = r\cos\theta$ y que $r^2 = x^2 + y^2$.

$$r = 6\cos\theta$$



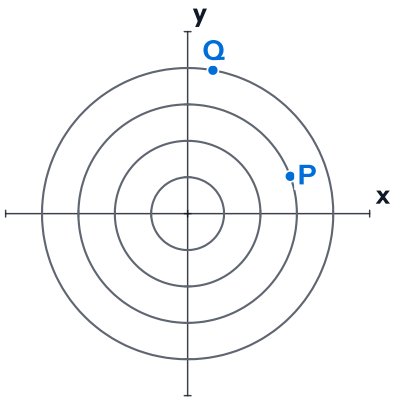
A) $x^2 + y^2 = 36$ **B)** $(x-3)^2 + y^2 = 9$ **C)** $(x-6)^2 + y^2 = 36$

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Los puntos P(3, 20°) y Q(4, 80°) están dados en coordenadas polares (radio, ángulo). ¿Cuál es la distancia entre P y Q?

A) $\sqrt{13}$ **B)** 5 **C)** $\sqrt{37}$



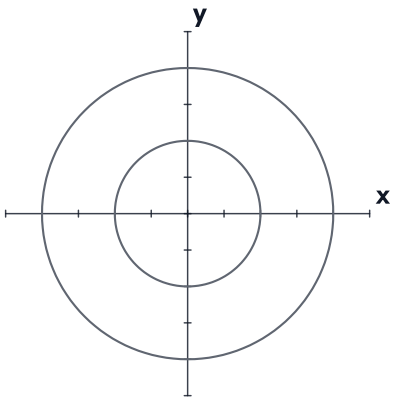
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuántos pétalos tiene la curva de abajo, dada en coordenadas polares, cuando se dibuja completa?

$$r = 4\cos 3\theta$$

A) 3 **B)** 6 **C)** 4



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · P está en el punto (0, 4)

1. El ángulo se mide desde el eje x positivo, hacia arriba: 90° es justo el eje y positivo
   $\theta = 90^\circ$
2. El radio es la distancia al polo: avanza 4 unidades sobre ese rayo y ahí queda P
   $r = 4$
3. Para pasar a rectangulares usa x = r cos θ y y = r sen θ
   $x = 4\cos 90^\circ = 0$
   $y = 4\sin 90^\circ = 4$

Ojo: (4, 0) está a 0°, sobre el eje x: se leyó el ángulo como 0°. (0, −4) está a 270°, hacia abajo.
Truco: Con ángulos de 90° y 270° el punto cae sobre el eje y; con 0° y 180°, sobre el eje x.

2. Respuesta A · P tiene coordenadas polares (4, 120°)

1. El radio es la distancia de P al polo: P está en la 4.ª circunferencia
   $r = 4$
2. Los rayos están cada 30°: del eje x positivo al rayo de P hay cuatro, y 4 · 30° = 120°
   $\theta = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$
3. Se escribe primero el radio y después el ángulo
   $(r, \theta) = (4, 120^\circ)$

Ojo: (120°, 4) invierte el orden: primero va el radio. (4, 60°) mide el ángulo desde el eje x negativo.
Truco: Radio primero (cuántas circunferencias) y ángulo después (cuántos rayos desde el eje x positivo).

3. Respuesta C · Las coordenadas rectangulares son (3√3, 3)

1. Ubica P: 6 unidades del polo, sobre el rayo de 30°
   $r = 6,\ \theta = 30^\circ$
2. La coordenada x es el cateto horizontal: x = r cos θ
   $x = 6\cos 30^\circ$
   $x = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
3. La coordenada y es el cateto vertical: y = r sen θ
   $y = 6\sin 30^\circ$
   $y = 6 \cdot \dfrac{1}{2} = 3$

Ojo: (3, 3√3) intercambia seno y coseno. (√3/2, 1/2) olvida multiplicar por el radio.
Truco: x = r cos θ y y = r sen θ: siempre multiplican por el radio.

4. Respuesta B · Las coordenadas polares son (2√2, 135°)

1. El radio es la distancia al origen: r = √(x² + y²)
   $r = \sqrt{(-2)^2 + 2^2}$
   $r = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
2. El ángulo de referencia sale de la tangente, sin el signo: aquí mide 45°
   $\tan\alpha = \dfrac{2}{2} = 1$
3. El punto está en el cuadrante II: θ = 180° − 45°
   $\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

Ojo: 45° sale de la calculadora sin revisar el cuadrante. 315° es −45° más 360°: cae en el cuadrante IV.
Truco: La calculadora da el ángulo de referencia: ubica el cuadrante con los signos de x y y.

5. Respuesta C · Las coordenadas polares son (6, 240°)

1. El radio es la distancia al origen
   $r = \sqrt{9 + 27}$
   $r = \sqrt{36} = 6$
2. El ángulo de referencia sale de la tangente sin signos: tan α = √3, es decir 60°
   $\tan\alpha = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$
3. El punto está en el cuadrante III: se suman 60° a 180°
   $\theta = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$

Ojo: 60° es el ángulo de referencia de la calculadora. 120° resta 180° − 60° como si el punto estuviera en el cuadrante II.
Truco: Cuadrante II: 180° − α. Cuadrante III: 180° + α. Cuadrante IV: 360° − α.

6. Respuesta B · El mismo punto es (3, 240°)

1. Primero traza el rayo de 60°
   $\theta = 60^\circ$
2. Como r = −3, retrocede 3 unidades desde el polo: Q queda del lado opuesto del rayo
   $r = -3$
3. El lado opuesto de un rayo está 180° más allá: con r positivo el ángulo es 60° + 180°
   $(-3, 60^\circ) = (3, 240^\circ)$

Ojo: (3, 60°) ignora el signo de r. (3, 120°) usa 180° − 60°, pero Q está en el cuadrante III.
Truco: (−r, θ) y (r, θ + 180°) son el mismo punto.

7. Respuesta C · Es la recta que pasa por el origen con pendiente $\sqrt{3}$

1. Todos los puntos con r positivo tienen el mismo ángulo: forman el rayo de 60°
   $\theta = 60^\circ$
2. Con r negativo los puntos caen del lado opuesto: el rayo se completa en una recta
   $r < 0$
3. La pendiente de una recta es la tangente de su ángulo: tan 60°
   $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

Ojo: $\sqrt{3}/3$ es tan 30°, el ángulo con el eje y. 60 confunde el ángulo con la pendiente: la pendiente es su tangente.
Truco: θ = constante es una recta por el polo; r = constante es una circunferencia con centro en el polo.

8. Respuesta B · Es la circunferencia $(x - 3)^2 + y^2 = 9$

1. Multiplica ambos lados por r para que aparezcan r cos θ y r^2
   $r^2 = 6\, r \cos\theta$
2. Sustituye $r^2 = x^2 + y^2$ y $r\cos\theta = x$
   $x^2 + y^2 = 6x$
3. Pasa 6x y completa el cuadrado en x: suma 9 a los dos lados
   $x^2 - 6x + 9 + y^2 = 9$
   $(x - 3)^2 + y^2 = 9$

Ojo: $x^2 + y^2 = 36$ sale de omitir el coseno; $(x - 6)^2 + y^2 = 36$ toma 6 como radio, no como diámetro.
Truco: Multiplica por r cuando haya cos θ o sen θ solos: así los cambias por x o y.

9. Respuesta A · La distancia es $\sqrt{13}$

1. Los radios son OP = 3 y OQ = 4, y el ángulo entre ellos es la diferencia de ángulos
   $80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$
2. Ley de cosenos: conocemos dos lados y el ángulo entre ellos
   $d^2 = 3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\cos 60^\circ$
   $d^2 = 25 - 24(0.5) = 13$
3. Saca la raíz
   $d = \sqrt{13} \approx 3.6$

Ojo: 5 usa Pitágoras, como si el ángulo fuera recto. $\sqrt{37}$ suma 25 + 12 en vez de restar el término del coseno.
Truco: Dos puntos polares y el polo forman un triángulo: ley de cosenos con el ángulo $\theta_2 - \theta_1$.

10. Respuesta A · La curva tiene 3 pétalos

1. Con θ = 0° el radio es máximo: es la punta de un pétalo
   $r = 4\cos 0^\circ = 4$
2. El radio vale 0 cuando 3θ = 90°, 270°, 450°: en θ = 30°, 90° y 150° el pétalo regresa al polo
   $3\theta = 90^\circ$
   $\theta = 30^\circ$
3. En medio giro, 180°, caben 180° ÷ 60° = 3 pétalos; después la curva se repite
   $180^\circ \div 60^\circ = 3$

Ojo: 6 aplica la regla de los pares, 2n, que solo vale cuando n es par. 4 es la longitud del pétalo, no su cantidad.
Truco: r = a cos nθ: si n es impar hay n pétalos; si n es par, hay 2n.