Funciones cuadráticas

parábolas: concavidad, vértice, eje de simetría y máximos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas del vértice de esta parábola?

$$y = x^2 - 6x + 5$$

A) $(3, -4)$ **B)** $(-3, -4)$ **C)** $(3, 5)$



Tu procedimiento

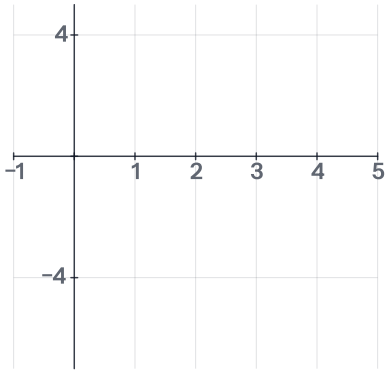
2 NIVEL FÁCIL

¿Hacia dónde abre esta parábola y en qué punto corta al eje vertical?

$$y = -x^2 + 4x - 1$$

A) Abre hacia arriba y corta en $(0, -1)$

B) Abre hacia abajo y corta en $(0, -1)$ **C)** Abre hacia abajo y corta en $(0, 4)$



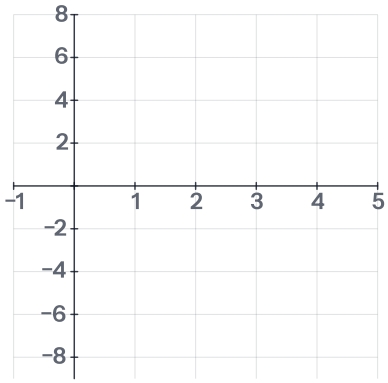
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de esta parábola?

$$y = 2x^2 - 8x + 1$$

A) $x = 4$ **B)** $x = -2$ **C)** $x = 2$

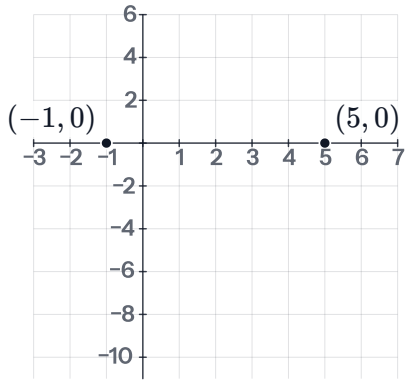


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Una parábola corta al eje horizontal en x = -1 y en x = 5. ¿Cuál es la ecuación de su eje de simetría?

A) $x = 2$ **B)** $x = 3$ **C)** $x = 4$



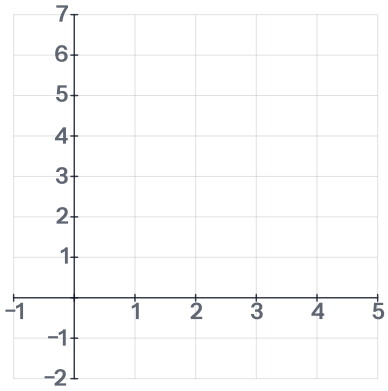
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el valor máximo que alcanza esta función?

$$y = -(x-2)^2 + 5$$

A) El máximo es 2 **B)** El máximo es 1 **C)** El máximo es 5

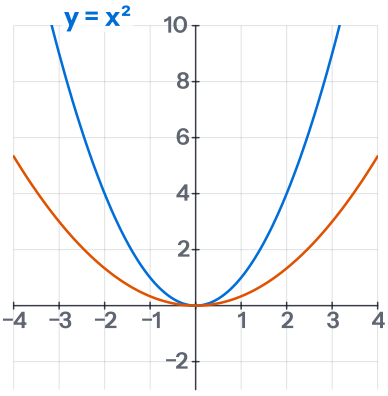


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

La parábola azul es y = x². La naranja tiene la misma forma, pero es más abierta. ¿Cuál puede ser su ecuación?

A) $y = 3x^2$ **B)** $y = \frac{1}{3}x^2$ **C)** $y = -\frac{1}{3}x^2$

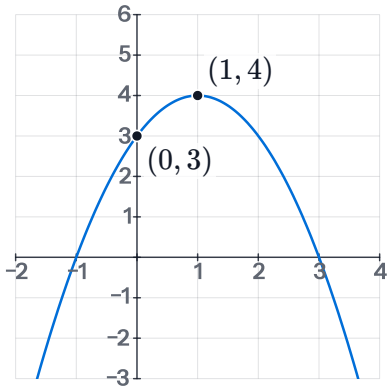


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál ecuación corresponde a esta gráfica?

A) $y = -x^2 + 2x + 3$ **B)** $y = x^2 - 2x + 3$ **C)** $y = -x^2 - 2x + 3$



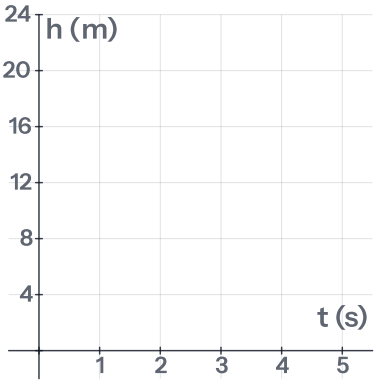
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

La altura h, en metros, de una pelota t segundos después de lanzarla se modela con esta fórmula. ¿Cuál es su altura máxima?

$$h = -5t^2 + 20t + 1$$

A) 20 m **B)** 41 m **C)** 21 m



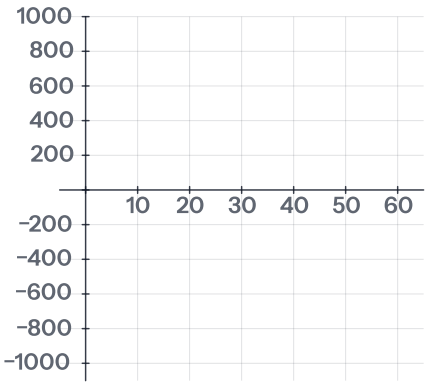
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una tienda calcula su ganancia diaria G, en pesos, al vender un producto a x pesos. ¿A qué precio la ganancia es máxima?

$$G = -2x^2 + 120x - 1000$$

A) 60 pesos **B)** 30 pesos **C)** 800 pesos

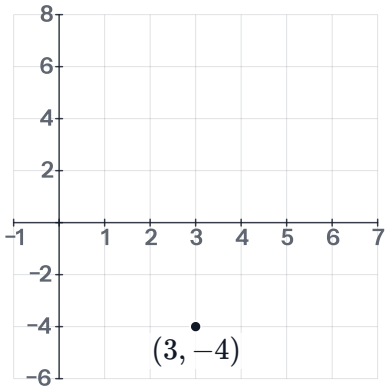


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una parábola con a = 1 tiene su vértice en (3, -4). Si su ecuación es $y = x^2 + bx + c$, ¿cuánto vale c?

A) $c = 5$ **B)** $c = -4$ **C)** $c = 9$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · El vértice es (3, -4)

1. Identifica los coeficientes: a vale 1 y b vale -6. Como a es positiva, la parábola abre hacia arriba
   $a = 1, \quad b = -6$
2. El vértice está sobre el eje de simetría: x es menos b entre dos a
   $x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$
3. Sustituye x = 3 en la ecuación para hallar la altura del vértice
   $y = 9 - 18 + 5 = -4$

Ojo: (-3, -4) sale de usar b entre dos a sin cambiar el signo; (3, 5) toma c como altura del vértice.
Truco: Primero x con menos b entre dos a; después sustituye para hallar y.

2. Respuesta B · Abre hacia abajo y corta en (0, -1)

1. El coeficiente de x al cuadrado es negativo, así que la parábola abre hacia abajo
   $a = -1 < 0$
2. Al cortar el eje vertical x vale cero: queda solo el término independiente
   $y = 0 + 0 - 1 = -1$
3. El vértice queda arriba y la curva baja hacia los lados: coincide con abrir hacia abajo

Ojo: (0, 4) sale de confundir b con c; abrir hacia arriba, de ignorar que a = -1 es negativa.
Truco: Signo de a: sonrisa o colina. Ordenada al origen: sustituye x por cero.

3. Respuesta C · El eje de simetría es x = 2

1. Lee los coeficientes: a vale 2 y b vale -8
   $a = 2, \quad b = -8$
2. El eje de simetría es la recta vertical x igual a menos b entre dos a
   $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{4} = 2$
3. Comprueba: dos puntos a la misma altura quedan a la misma distancia del eje
   $y(0) = 1, \quad y(4) = 1$

Ojo: x = 4 sale de olvidar el dos de abajo; x = -2 sale de ignorar el signo de b.
Truco: El eje de simetría es el punto medio entre dos puntos de igual altura.

4. Respuesta A · El eje de simetría es x = 2

1. Las raíces son simétricas: el eje pasa justo por la mitad del segmento que las une
2. Calcula el punto medio de las raíces
   $x = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$
3. Una parábola con esas raíces confirma que su vértice queda sobre x = 2
   $y = (x + 1)(x - 5)$

Ojo: x = 4 sale de restar 5 - 1; x = 3 es la mitad de la distancia entre raíces, no su punto medio.
Truco: Eje de simetría: promedio de las dos raíces.

5. Respuesta C · El valor máximo es 5

1. La función está en forma de vértice: el vértice es (h, k) = (2, 5)
   $y = a(x - h)^2 + k$
2. El signo delante del paréntesis es negativo: abre hacia abajo y el vértice es el punto más alto
3. El máximo es la altura del vértice, es decir k, no la posición x
   $y_{\max} = 5 \text{ cuando } x = 2$

Ojo: El máximo es 2 si confundes dónde ocurre con cuánto vale; 1 es el valor en x = 0.
Truco: Máximo o mínimo: es la y del vértice, no la x.

6. Respuesta B · La naranja es y = (1/3) x²

1. Compara las dos curvas con el mismo x: la azul vale 9 cuando x vale 3
   $3^2 = 9$
2. Más abierta significa más baja para el mismo x: por ejemplo, 3 en lugar de 9
   $3 = a \cdot 9$
3. Despeja a: la naranja usa un coeficiente menor que 1 y positivo
   $a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Ojo: y = 3x² es más cerrada; el signo negativo voltearía la parábola hacia abajo.
Truco: Más abierta: coeficiente más cercano a cero. Más cerrada: más grande.

7. Respuesta A · y = -x² + 2x + 3

1. La curva abre hacia abajo: a es negativa
   $a < 0$
2. Con el vértice (1, 4) y el punto (0, 3) se obtiene a; de ahí sale b
   $y = a(x-1)^2 + 4$
   $3 = a + 4 \Rightarrow a = -1$
   $b = -2a(1) = 2$
3. La curva corta el eje vertical en 3: c vale 3
   $y = -x^2 + 2x + 3$

Ojo: La opción C tiene el vértice en x = -1; la opción B abre hacia arriba y no encaja.
Truco: Descarta primero por la apertura, luego por el vértice y al final por c.

8. Respuesta C · La altura máxima es 21 m

1. El coeficiente de t al cuadrado es negativo: la curva sube, llega a un tope y baja
   $a = -5, \quad b = 20$
2. El instante del tope es t igual a menos b entre dos a
   $t = \dfrac{-20}{2(-5)} = 2$
3. Sustituye t = 2 para obtener la altura
   $h = -5(4) + 20(2) + 1$
   $h = -20 + 40 + 1 = 21$
4. Comprueba: un segundo antes y un segundo después la altura es la misma, menor que 21
   $h(1) = h(3) = 16$

Ojo: 41 m sale de sustituir ignorando el término cuadrático; 20 m es solo el coeficiente b.
Truco: Pregunta por la altura: sustituye el tiempo del vértice en la fórmula.

9. Respuesta B · El precio óptimo es 30 pesos

1. El término cuadrático es negativo: la ganancia tiene un máximo en el vértice
   $a = -2, \quad b = 120$
2. El precio que maximiza es la coordenada x del vértice
   $x = \dfrac{-120}{2(-2)} = 30$
3. La altura del vértice es la ganancia máxima: es otra respuesta, no el precio
   $G = -1800 + 3600 - 1000$
   $G = 800$
4. Comprueba: la ganancia vale cero en 10 y en 50, y el 30 queda justo al centro
   $\dfrac{10 + 50}{2} = 30$

Ojo: 800 pesos es la ganancia máxima, no el precio; 60 pesos es el coeficiente b entre dos.
Truco: Distingue qué pide el problema: dónde ocurre el máximo o cuánto vale.

10. Respuesta A · c vale 5

1. Escribe la parábola en forma de vértice con h = 3 y k = -4
   $y = (x-3)^2 - 4$
2. Desarrolla el cuadrado
   $y = x^2 - 6x + 9 - 4$
3. Reduce: el número suelto es c
   $y = x^2 - 6x + 5$
4. Comprueba con el vértice: x = 3 debe dar y = -4
   $9 - 18 + 5 = -4$

Ojo: c = 9 sale de olvidar restar 4; c = -4 confunde la altura del vértice con la ordenada al origen.
Truco: Forma de vértice, desarrolla y lee c al final; compruébalo con el vértice.