Circunferencia y círculo

Ángulos central, inscrito y semi-inscrito, cuerdas, tangentes, secantes, arcos y sectores.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

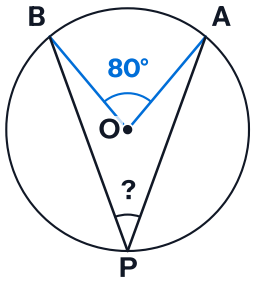
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

En una circunferencia con centro en O, el ángulo central AOB mide 80°. ¿Cuánto mide un ángulo inscrito APB que abarca el mismo arco AB?

A) 80° **B)** 160° **C)** 40°

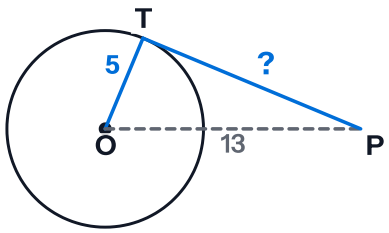


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Desde un punto P se traza la tangente PT a una circunferencia de centro O y radio 5 cm. Si OP mide 13 cm, ¿cuánto mide PT?

A) 18 cm **B)** 8 cm **C)** 12 cm

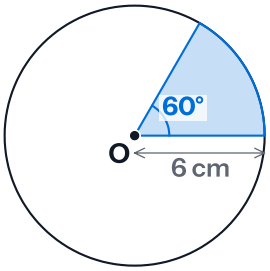


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Un sector circular tiene un ángulo central de 60° y un radio de 6 cm. ¿Cuál es su área? Deja el resultado con π.

A) 6π cm² **B)** 36π cm² **C)** 2π cm²

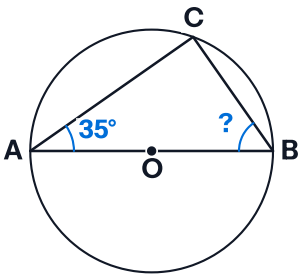


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

AB es un diámetro de la circunferencia y C es un punto de ella. Si el ángulo A mide 35°, ¿cuánto mide el ángulo B del triángulo ABC?

A) 55° **B)** 35° **C)** 145°

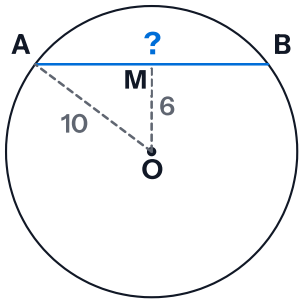


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Una circunferencia tiene radio de 10 cm. Una cuerda AB está a 6 cm del centro O, medidos perpendicularmente a la cuerda. ¿Cuánto mide la cuerda?

A) 8 cm **B)** 16 cm **C)** $2\sqrt{136}$ cm

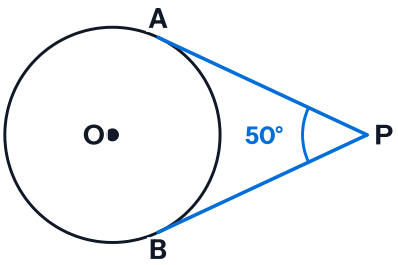


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Desde un punto exterior P se trazan dos tangentes a una circunferencia de centro O, que la tocan en A y en B. Si el ángulo APB mide 50°, ¿cuánto mide el ángulo central AOB?

A) 50° **B)** 130° **C)** 65°

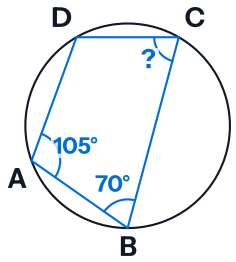


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

El cuadrilátero ABCD está inscrito en una circunferencia. Si el ángulo A mide 105° y el ángulo B mide 70°, ¿cuánto mide el ángulo C?

A) 110° **B)** 105° **C)** 75°

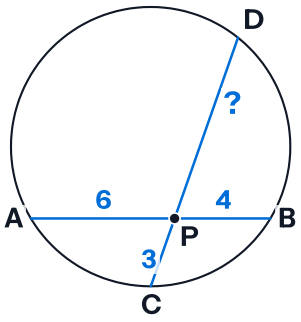


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Las cuerdas AB y CD de una circunferencia se cortan en P. Si AP = 6 cm, PB = 4 cm y CP = 3 cm, ¿cuánto mide PD?

A) 8 cm **B)** 2 cm **C)** 4.5 cm

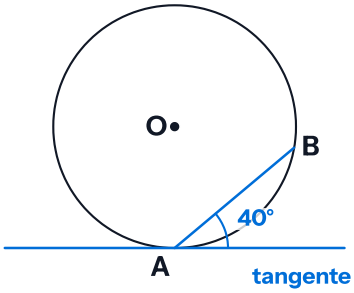


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

La recta de abajo es tangente a la circunferencia en A. La cuerda AB forma con ella un ángulo de 40°. ¿Cuánto mide el arco menor AB, el que queda dentro de ese ángulo?

A) 80° **B)** 40° **C)** 280°

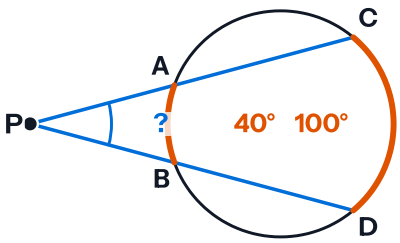


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Desde un punto exterior P se trazan dos secantes a una circunferencia. Entre ellas interceptan un arco lejano de 100° y un arco cercano de 40°. ¿Cuánto mide el ángulo en P?

A) 70° **B)** 30° **C)** 60°



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El ángulo inscrito mide 40°

1. El ángulo central mide lo mismo que el arco que abarca
   $\text{arco } AB = 80°$
2. El ángulo inscrito mide la mitad del arco que abarca
   $APB = 80° \div 2$
3. Resultado
   $APB = 40°$

Ojo: 80° copia el ángulo central; 160° lo duplica, como si el inscrito fuera el doble en lugar de la mitad.
Truco: Inscrito = mitad del arco = mitad del central.

2. Respuesta C · La tangente PT mide 12 cm

1. La tangente es perpendicular al radio en el punto de tangencia: el triángulo O T P es rectángulo en T
2. Pitágoras: busca un cateto, así que resta cuadrados
   $PT^2 = 13^2 - 5^2$
   $PT^2 = 169 - 25 = 144$
3. Saca la raíz cuadrada
   $PT = \sqrt{144} = 12$

Ojo: 18 cm suma 13 + 5 y 8 cm resta 13 − 5; ninguno usa Pitágoras con los cuadrados.
Truco: Tangente ⊥ radio: Pitágoras con OP como hipotenusa.

3. Respuesta A · El área del sector es 6π cm²

1. Un ángulo de 60° es una fracción de la vuelta completa de 360°
   $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$
2. Calcula el área del círculo entero
   $A = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$
3. El sector es un sexto de esa área
   $\frac{36\pi}{6} = 6\pi \text{ cm}^2$

Ojo: 36π cm² es el círculo completo; 2π es la longitud del arco, que se mide en cm, no en cm².
Truco: Sector = (ángulo ÷ 360) × πr².

4. Respuesta A · El ángulo B mide 55°

1. Un ángulo inscrito que abarca un diámetro abarca media vuelta, 180°, así que mide 90°
   $C = 180° \div 2 = 90°$
2. Los ángulos del triángulo suman 180°
   $90° + 35° + B = 180°$
3. Despeja B
   $B = 180° - 125° = 55°$

Ojo: 35° supone que A y B son iguales; 145° resta 180° − 35° y olvida el ángulo recto en C.
Truco: Inscrito sobre un diámetro: siempre 90°.

5. Respuesta B · La cuerda mide 16 cm

1. La perpendicular desde el centro a una cuerda la parte en dos mitades iguales
   $AM = MB$
2. En el triángulo rectángulo OMA, la mitad AM es un cateto; la hipotenusa es el radio
   $AM^2 = 10^2 - 6^2$
   $AM^2 = 64, \quad AM = 8$
3. La cuerda completa es el doble de esa mitad
   $AB = 2 \cdot 8 = 16$

Ojo: 8 cm es solo la mitad de la cuerda; 2√136 suma los cuadrados, 10² + 6², en vez de restarlos.
Truco: Mitad de la cuerda² = radio² − distancia².

6. Respuesta B · El ángulo AOB mide 130°

1. Cada tangente es perpendicular al radio en el punto de tangencia: en A y en B hay ángulos rectos
   $OAP = OBP = 90°$
2. Los cuatro ángulos de un cuadrilátero suman 360°
   $90° + 90° + 50°$
   $+AOB = 360°$
3. Despeja el ángulo AOB
   $AOB = 360° - 230° = 130°$

Ojo: 50° copia el ángulo de P; 65° es el ángulo PAB del triángulo isósceles PAB, (180° − 50°) ÷ 2.
Truco: Dos tangentes: ángulo en P + ángulo central = 180°.

7. Respuesta C · El ángulo C mide 75°

1. En un cuadrilátero inscrito, los ángulos opuestos suman 180°; C es el opuesto de A
   $A + C = 180°$
2. Despeja C
   $C = 180° - 105° = 75°$
3. Comprueba: D = 180° − 70° = 110° y los cuatro ángulos suman 360°
   $105 + 70 + 75 + 110 = 360$

Ojo: 110° es el opuesto de B, o sea el ángulo D; 105° copia el ángulo A, sin restar de 180°.
Truco: Inscrito: opuestos suman 180°.

8. Respuesta A · PD mide 8 cm

1. Cuando dos cuerdas se cortan, el producto de los segmentos de una es igual al de la otra
   $AP \cdot PB = CP \cdot PD$
2. Sustituye los datos
   $6 \cdot 4 = 3 \cdot PD$
   $24 = 3 \cdot PD$
3. Despeja PD
   $PD = 24 \div 3 = 8$

Ojo: 2 sale de 3 × 4 ÷ 6 y 4.5 de 6 × 3 ÷ 4: se emparejaron mal los segmentos.
Truco: Mismas cuerdas se multiplican: AP·PB = CP·PD.

9. Respuesta A · El arco AB mide 80°

1. El ángulo entre una tangente y una cuerda se llama semi-inscrito y abarca el arco AB que queda dentro de él
2. Mide la mitad del arco, así que el arco es el doble del ángulo
   $\text{arco} = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$
3. Comprueba: el ángulo central AOB también mide 80°
   $AOB = 80^\circ$

Ojo: 40° toma el ángulo como si fuera el arco; 280° es el arco mayor, 360° − 80°, que queda fuera del ángulo.
Truco: Semi-inscrito y inscrito: mitad del arco.

10. Respuesta B · El ángulo en P mide 30°

1. Fuera del círculo, el ángulo mide la mitad de la diferencia de los arcos
   $(\text{mayor} - \text{menor}) \div 2$
2. Sustituye los arcos
   $(100^\circ - 40^\circ) \div 2$
3. Calcula
   $60^\circ \div 2 = 30^\circ$

Ojo: 70° suma los arcos y los divide entre 2, como si P estuviera dentro del círculo; 60° resta pero olvida dividir entre 2.
Truco: Vértice afuera: (arco mayor − arco menor) ÷ 2.