Circunferencia como lugar geométrico

lugar geométrico por distancia, ecuación de la circunferencia.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

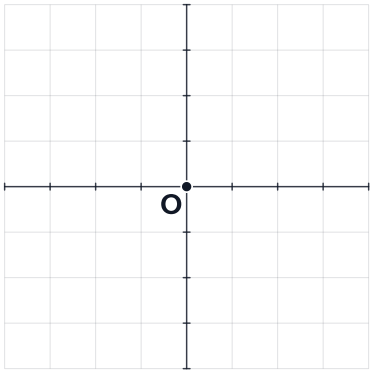
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la ecuación del lugar geométrico de los puntos P(x, y) que están a 5 unidades del origen?

A) $x^2 + y^2 = 25$ **B)** $x^2 + y^2 = 5$ **C)** $x^2 + y^2 = 10$

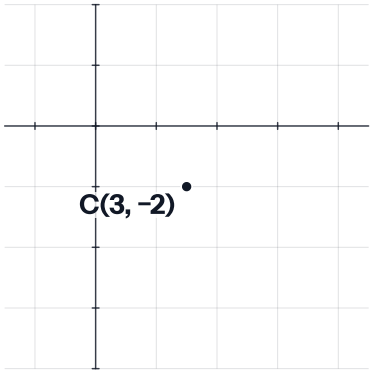


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en C(3, −2) y radio 4?

A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$ **B)** $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$ **C)** $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$



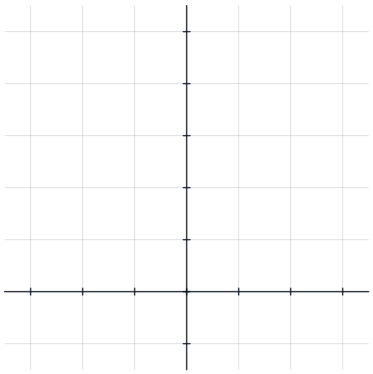
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son el centro y el radio de la circunferencia de abajo?

$$(x+1)^2+(y-4)^2=9$$

A) C(−1, 4) y r = 3 **B)** C(1, −4) y r = 3 **C)** C(−1, 4) y r = 9

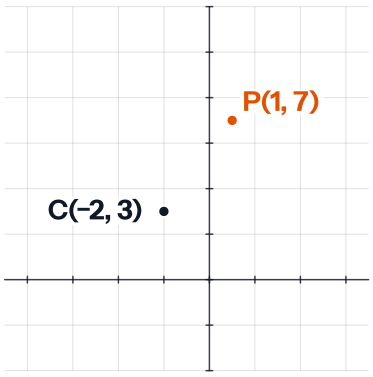


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Una circunferencia tiene centro en C(−2, 3) y pasa por el punto P(1, 7). ¿Cuál es su ecuación?

A) $(x+2)^2+(y-3)^2=25$ **B)** $(x+2)^2+(y-3)^2=5$ **C)** $(x-2)^2+(y+3)^2=25$

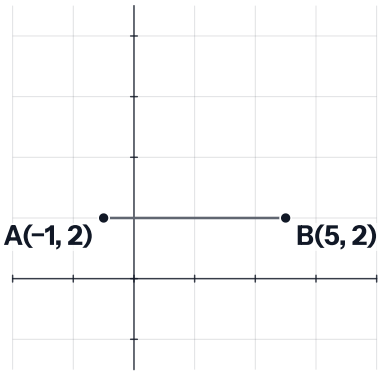


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos que están a la misma distancia de A(−1, 2) y de B(5, 2)?

A) y = 2 **B)** x = 3 **C)** x = 2



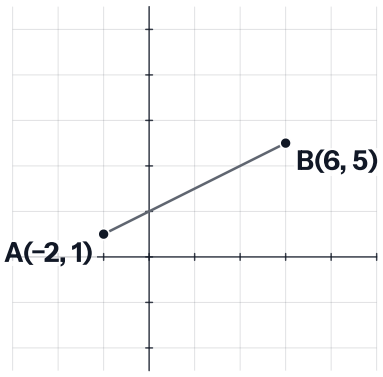
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

El segmento de A(−2, 1) a B(6, 5) es un diámetro de una circunferencia. ¿Cuál es su ecuación?

A) $(x-2)^2+(y-3)^2=20$ **B)** $(x-2)^2+(y-3)^2=80$

C) $(x-2)^2+(y-3)^2=40$

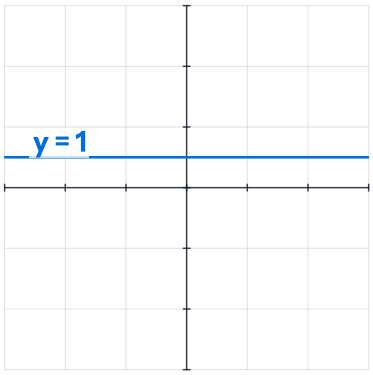


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos que están a 3 unidades de la recta $y = 1$?

A) $y = 4$ **B)** $y = 4$ o -2 **C)** $y = 3$

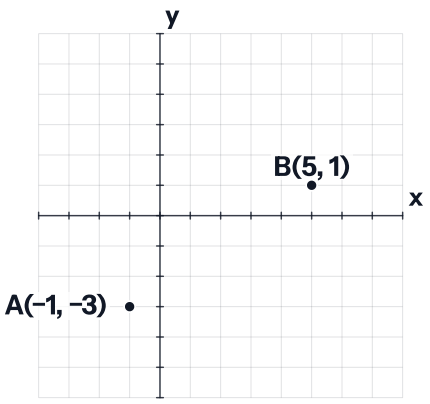


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Los puntos P(x, y) cumplen que la suma de los cuadrados de sus distancias a A(−1, −3) y a B(5, 1) es 60, es decir, $PA^2 + PB^2 = 60$. ¿Cuál es la ecuación de ese lugar geométrico?

A) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 47$ **B)** $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 17$ **C)** $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 35$

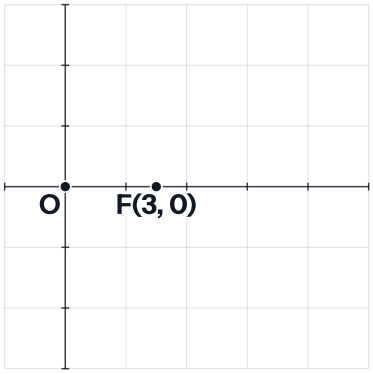


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es la ecuación del lugar geométrico de los puntos P(x, y) cuya distancia al origen es el doble de su distancia al punto F(3, 0)?

A) $(x - 6)^2 + y^2 = 18$ **B)** $(x + 1)^2 + y^2 = 4$ **C)** $(x - 4)^2 + y^2 = 4$



Tu procedimiento

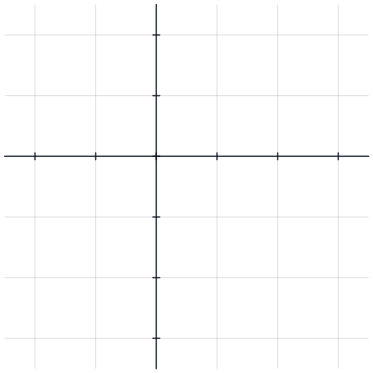
10 NIVEL DIFÍCIL

¿Qué lugar geométrico representa la ecuación de abajo?

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 10 = 0$$

A) Circunferencia de radio $\sqrt{5}$ **B)** Ningún punto

C) Circunferencia de radio $\sqrt{15}$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · La ecuación es $x^2 + y^2 = 25$

1. La distancia de un punto cualquiera P(x, y) al origen sale de Pitágoras
   $d(P, O) = \sqrt{x^2 + y^2}$
2. El lugar geométrico son todos los puntos que cumplen la condición: esa distancia vale 5
   $\sqrt{x^2 + y^2} = 5$
3. Eleva al cuadrado los dos lados para quitar la raíz
   $x^2 + y^2 = 5^2 = 25$

Ojo: $x^2 + y^2 = 5$ olvida elevar el 5 al cuadrado. $x^2 + y^2 = 10$ lo duplica en vez de elevarlo.
Truco: Una circunferencia con centro en el origen es $x^2 + y^2 = r^2$: el radio va al cuadrado.

2. Respuesta C · $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$

1. Un punto P(x, y) está a distancia r del centro (h, k): esa es la condición
   $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
   $h = 3,\ k = -2,\ r = 4$
2. Sustituye, sin cambiar el signo de k: es y − (−2)
   $(x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = 4^2$
3. Simplifica: y − (−2) es y + 2 y 4^2 es 16
   $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$

Ojo: La primera opción cambia otra vez el signo del centro, que la fórmula ya cambia. La de = 4 no eleva el radio.
Truco: El centro (h, k) entra con signo contrario: $(x - h)^2 + (y - k)^2$.

3. Respuesta A · C(−1, 4) y r = 3

1. Compara con $(x - h)^2$: x + 1 es x − (−1), así que h = −1
   $x + 1 = x - (-1)$
   $h = -1$
2. Con y − 4 no hay cambio de signo: k = 4
   $y - 4$
   $k = 4$
3. El lado derecho es r^2: saca la raíz
   $r^2 = 9$
   $r = 3$

Ojo: C(1, −4) copia los signos de la ecuación. r = 9 toma el lado derecho sin sacarle la raíz.
Truco: El centro tiene el signo contrario al que aparece; el lado derecho es r^2, no r.

4. Respuesta A · $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

1. El radio es la distancia del centro al punto: halla r^2 con Pitágoras
   $r^2 = (1 + 2)^2 + (7 - 3)^2$
2. Calcula r^2; no hace falta sacar la raíz porque la ecuación usa r^2
   $r^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
3. Escribe la ecuación con el centro de signo contrario
   $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

Ojo: La opción con = 5 deja el radio sin elevar al cuadrado. La otra invierte los signos del centro.
Truco: Si te dan un punto de la circunferencia, r^2 es la distancia al cuadrado entre el centro y ese punto.

5. Respuesta C · Es la recta x = 2

1. La condición: la distancia de P(x, y) a A es igual a la distancia a B
   $\sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2} =$
   $\sqrt{(x - 5)^2 + (y - 2)^2}$
2. Eleva al cuadrado: $(y - 2)^2$ aparece en ambos lados y se cancela. Desarrolla y despeja
   $(x + 1)^2 = (x - 5)^2$
   $2x + 1 = -10x + 25$
   $12x = 24,\ x = 2$
3. Es la recta vertical por el punto medio de AB: la mediatriz
   $x = 2$

Ojo: y = 2 es la recta AB. x = 3 sale de 6 ÷ 2, no del punto medio.
Truco: Los puntos equidistantes de dos puntos forman su mediatriz.

6. Respuesta A · $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

1. El centro es el punto medio del diámetro
   $x_C = (-2 + 6) \div 2 = 2$
   $y_C = (1 + 5) \div 2 = 3$
2. r^2 es la distancia al cuadrado del centro a uno de los extremos
   $r^2 = (6 - 2)^2 + (5 - 3)^2$
   $r^2 = 16 + 4 = 20$
3. Escribe la ecuación con el centro (2, 3)
   $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

Ojo: 80 es el diámetro al cuadrado, no el radio. 40 divide entre 2 en vez de entre 4.
Truco: Mide el radio desde el centro, no de un extremo al otro: el diámetro mide el doble.

7. Respuesta B · Son dos rectas: y = 4 o −2

1. La distancia de un punto a una recta horizontal es la diferencia de alturas
   $|y-1|=3$
2. Un valor absoluto igual a 3 tiene dos casos: arriba y abajo de la recta
   $y-1=3$
   $y-1=-3$
3. Despeja y en cada caso: son dos rectas paralelas a y = 1
   $y=4$
   $y=-2$

Ojo: y = 4 es solo el caso de arriba. y = 3 usa la distancia como si fuera la coordenada.

Truco: Un lugar geométrico por distancia a una recta suele tener dos ramas, una a cada lado.

8. Respuesta B · Es la circunferencia de centro (2, −1) y r² = 17

1. Escribe la condición con distancias al cuadrado, sin raíces
   $(x+1)^2+(y+3)^2$
   $+(x-5)^2+(y-1)^2=60$
2. Desarrolla, pasa el 36 restando y divide entre 2
   $2x^2+2y^2-8x+4y=24$
   $x^2+y^2-4x+2y=12$
3. Completa cuadrados: suma 4 y 1 a los dos lados
   $(x-2)^2+(y+1)^2$
   $=12+4+1$
4. Es una circunferencia con centro en el punto medio de AB
   $(x-2)^2+(y+1)^2=17$

Ojo: Dejar el 60 sin dividir entre 2 da 42, y 42 + 5 = 47; olvidar el 36 da 30 + 5 = 35.

Truco: Con una suma de cuadrados de distancias, desarrolla, divide entre el coeficiente de x² y completa cuadrados.

9. Respuesta C · (x − 4)² + y² = 4

1. Escribe la condición: la distancia a O es el doble que la distancia a F
   $\sqrt{x^2+y^2}=$
   $2\sqrt{(x-3)^2+y^2}$
2. Eleva al cuadrado los dos lados: el 2 también se eleva y se vuelve 4
   $x^2+y^2=4[(x-3)^2+y^2]$
3. Desarrolla, junta términos y simplifica
   $3x^2+3y^2-24x+36=0$
   $x^2+y^2-8x+12=0$
4. Completa el cuadrado en x: suma 16 y resta 12 al otro lado
   $(x-4)^2+y^2=4$

Ojo: La opción con = 18 no eleva el 2 al cuadrado. La opción (x + 1)² invierte el papel de los dos puntos.

Truco: Cuando la condición lleva un factor, elévalo al cuadrado junto con la distancia.

10. Respuesta B · No hay ningún punto

1. Agrupa los términos en x y y, y pasa el número al otro lado
   $x^2-2x+y^2+4y=-10$
2. Completa cuadrados: suma 1 y 4 a los dos lados
   $(x-1)^2+(y+2)^2$
   $=-10+1+4=-5$
3. Una suma de cuadrados nunca es negativa: ningún punto cumple la ecuación
   $r^2=-5<0$

Ojo: $\sqrt{15}$ sale de usar +10 en vez de −10: 10 + 1 + 4. $\sqrt{5}$ ignora el signo negativo de −5.

Truco: Si al completar cuadrados r² sale negativo, no hay circunferencia; si sale cero, es un solo punto.