Binomio de Newton

desarrollar $(a + b)^n$ con el triángulo de Pascal y el término general, y hallar coeficientes y términos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Desarrolla el binomio con ayuda del triángulo de Pascal.

$$(x+1)^4$$

A) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ **B)** $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ **C)** $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$



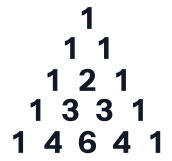
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Si desarrollas este binomio, ¿cuánto suman todos sus coeficientes?

$$(x+y)^5$$

A) 32 **B)** 25 **C)** 31



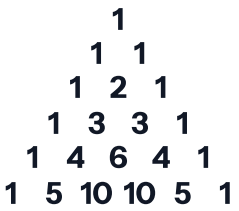
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el coeficiente de x^4y^2 en el desarrollo de este binomio?

$$(x+y)^6$$

A) 20 **B)** 6 **C)** 15



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Desarrolla el binomio. Los coeficientes de Pascal se multiplican por las potencias de 2.

$$(x+2)^4$$

A) $x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 8x + 2$ **B)** $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 16$

C) $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$



Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Desarrolla el binomio. Cuida el signo del segundo término y el coeficiente de x.

$$(2x - 1)^3$$

A) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ **B)** $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ **C)** $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

```
      1
    1   1
  1   2   1
```

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Encuentra el tercer término del desarrollo, ordenado con potencias de x decrecientes; el primero es k = 0.

$$(x + 3)^5$$

A) $270x^3$ **B)** $30x^3$ **C)** $90x^3$

```
        1
      1   1
    1   2   1
  1   3   3   1
1   4   6   4   1
```

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el coeficiente de x^3 en el desarrollo de este binomio?

$$(2x+1)^5$$

A) 10 **B)** 80 **C)** 40

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Encuentra el término independiente, es decir, el que no lleva x.

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$$

A) 15 **B)** 20 **C)** 6

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el coeficiente de x^2y^2 en el desarrollo de este binomio? Cuida el signo.

$$(x - 2y)^4$$

A) 24 **B)** 12 **C)** −24

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

El tercer coeficiente del desarrollo es 21 (el primero es 1). ¿Cuánto vale n?

$$(x + 1)^n$$

A) 7 **B)** 6 **C)** 3

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · El desarrollo es $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

1. El exponente 4 indica la fila 4 del triángulo de Pascal
   $1,\ 4,\ 6,\ 4,\ 1$
2. Las potencias de x bajan de 4 a 0
   $x^4,\ x^3,\ x^2,\ x,\ 1$
3. Une cada coeficiente con su potencia
   $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

Ojo: Con todos los coeficientes 4 se repite el exponente; con todos 1 se ignora el triángulo.
Truco: Cada fila de Pascal empieza y termina en 1.

2. Respuesta A · Suman 32

1. La fila 5 del triángulo da los coeficientes
   $1,\ 5,\ 10,\ 10,\ 5,\ 1$
2. Cada fila anterior suma el doble que la previa
   $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16$
3. La fila 5 suma 2^5
   $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1$
   $= 2^5 = 32$

Ojo: 25 eleva el 5 al cuadrado en vez de usar potencias de 2; 31 resta uno, como si faltara un término.
Truco: La suma de los coeficientes de $(a + b)^n$ es 2^n.

3. Respuesta C · El coeficiente es 15

1. El exponente 6 indica la fila 6 de Pascal
   $1,\ 6,\ 15,\ 20,\ 15,\ 6,\ 1$
2. Cada número acompaña a un término, de x^6 a y^6
   $x^{6-k}\,y^k$
3. x^4y^2 es el tercer término: k = 2
   $\binom{6}{2} = 15$

Ojo: 20 es el coeficiente central, de x^3y^3; 6 es el del segundo término, x^5y.
Truco: El exponente de y indica la posición: k = 0 es el primer término.

4. Respuesta C · El desarrollo es $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

1. Los coeficientes de Pascal están en la fila 4
   $1,\ 4,\ 6,\ 4,\ 1$
2. El 2 se eleva a la posición de cada término
   $2^0,\ 2^1,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4$
3. Multiplica cada coeficiente por su potencia
   $4 \cdot 2 = 8,\ 6 \cdot 4 = 24$
   $4 \cdot 8 = 32$
4. Escribe los términos con las potencias de x
   $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

Ojo: Multiplicar por 2 en vez de 2^k da $12x^2$ y 2; poner solo 2^4 al final olvida las potencias intermedias.
Truco: El segundo término se eleva a k: 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4.

5. Respuesta B · El desarrollo es $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

1. La fila 3 de Pascal da los coeficientes
   $1,\ 3,\ 3,\ 1$
2. Con a = 2x y b = −1, los términos son a^3, a^2b, ab^2 y b^3
   $a = 2x,\ b = -1$
3. Calcula los dos primeros términos
   $1 \cdot (2x)^3 = 8x^3$
   $3 \cdot (2x)^2(-1) = -12x^2$
4. Calcula los dos últimos y escribe el desarrollo
   $3(2x)(-1)^2 = 6x$
   $(-1)^3 = -1$
   $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

Ojo: $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ ignora el signo menos; $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ no eleva el 2 de 2x.
Truco: Con un segundo término negativo, los signos del desarrollo se alternan.

6. Respuesta C · El tercer término es $90x^3$

1. El tercer término corresponde a k = 2
   $T_{k+1} = \binom{n}{k}\,a^{n-k}\,b^k$
2. Su coeficiente es el tercer número de la fila 5
   $\binom{5}{2} = 10$
3. x se eleva a 5 − 2 = 3 y el 3 se eleva a 2
   $10 \cdot x^3 \cdot 3^2$
4. Multiplica los números
   $10 \cdot 9\,x^3 = 90x^3$

Ojo: $270x^3$ eleva el 3 al cubo, el exponente de x; $30x^3$ no eleva el 3 al cuadrado.
Truco: El 3 del binomio se eleva a k; la x se eleva a n − k.

7. Respuesta B · El coeficiente es 80

1. El término con x^3 es el que lleva $(2x)^3$
   $\binom{5}{3}(2x)^3 \cdot 1^2$
2. El coeficiente de Pascal es 10
   $\binom{5}{3} = 10$
3. Eleva 2x al cubo: el 2 también se eleva
   $(2x)^3 = 8x^3$
4. Multiplica el coeficiente de Pascal por 8
   $10 \cdot 8 = 80$

Ojo: 10 olvida elevar el 2; 40 eleva el 2 al cuadrado, que es el exponente del 1 y no el de 2x.
Truco: Al elevar 2x, el 2 también se eleva.

8. Respuesta B · El término independiente es 20

1. Escribe el término general con 1/x como x elevada a −1
   $\binom{6}{k} x^{6-k} x^{-k}$
   $= \binom{6}{k} x^{6-2k}$
2. Para que no haya x, el exponente debe ser 0
   $6 - 2k = 0$
   $k = 3$
3. Su coeficiente es el número central de la fila 6
   $\binom{6}{3} = 20$

Ojo: 15 sale de k = 2, que deja x^2; 6 sale de k = 1, que deja x^4. Ninguno tiene exponente cero.
Truco: Suma los exponentes de x antes de elegir k.

9. Respuesta A · El coeficiente es 24

1. Toma a = x y b = −2y en el término general
   $\binom{4}{k} x^{4-k} (-2y)^k$
2. Para x^2y^2, k = 2: el coeficiente de Pascal es 6
   $\binom{4}{2} = 6$
3. Eleva −2y al cuadrado: el signo menos desaparece
   $(-2y)^2 = 4y^2$
4. Multiplica
   $6 \cdot 4 = 24$

Ojo: 12 usa 2 en vez de 2^2; −24 conserva el signo menos, pero $(-2)^2$ es positivo.
Truco: Una potencia par vuelve positivo el segundo término.

10. Respuesta A · n vale 7

1. Los coeficientes son 1, n y el número combinatorio C(n, 2)
   $1,\ n,\ \frac{n(n-1)}{2}$
2. Iguala el tercero a 21 y busca n(n − 1) = 42
   $n(n-1) = 42$
3. Dos enteros consecutivos con producto 42: 7 y 6
   $7 \cdot 6 = 42$
   $n = 7$

Ojo: n = 6 toma el menor de los factores 6 y 7 de 42; n = 3 confunde «tercer» con el valor de n.
Truco: Plantea C(n, 2) = 21 y busca dos enteros consecutivos.