Álgebra de funciones

operar funciones (suma, resta, producto, cociente), componerlas, hallar inversas y sus dominios.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

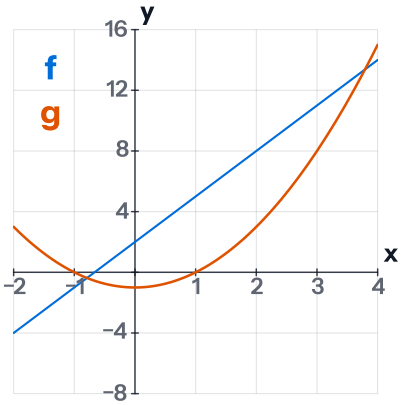
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Dadas dos funciones, ¿cuál es (f − g)(x)?

$$f(x) = 3x + 2$$
$$g(x) = x^2 - 1$$

A) $-x^2 + 3x + 3$ **B)** $-x^2 + 3x + 1$ **C)** $x^2 - 3x - 3$



Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

La tabla da valores de f y de g. ¿Cuánto vale (f/g)(2)?

A) -1/2 **B)** -2 **C)** -3

x	1	2	3
$f(x)$	4	-6	5
$g(x)$	2	3	-5

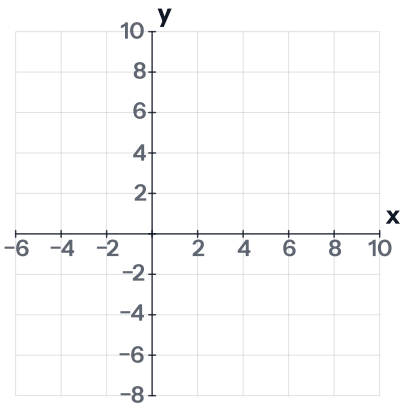
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Sean f y g las funciones dadas. ¿Cuál es el dominio de (f/g)(x)?

$$f(x) = x + 4$$
$$g(x) = x - 3$$

A) $x \neq 3$ **B)** $x \neq -4$ **C)** $x \neq 3$ y $x \neq -4$



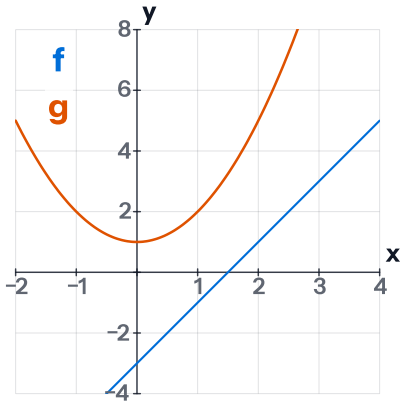
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Dadas dos funciones, ¿cuál es (f ∘ g)(x), es decir, f(g(x))?

$$f(x) = 2x - 3$$
$$g(x) = x^2 + 1$$

A) $2x^2 - 1$ **B)** $4x^2 - 12x + 10$ **C)** $2x^2 - 3$



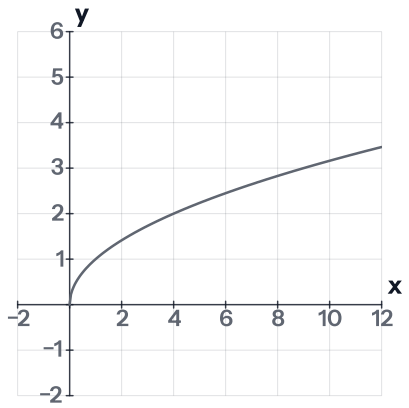
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Sean f y g las funciones dadas. ¿Cuál es el dominio de la compuesta (f ∘ g)(x)?

$$f(x) = \sqrt{x}$$
$$g(x) = x - 4$$

A) $x \geq 0$ **B)** $x \geq 4$ **C)** $x \leq 4$



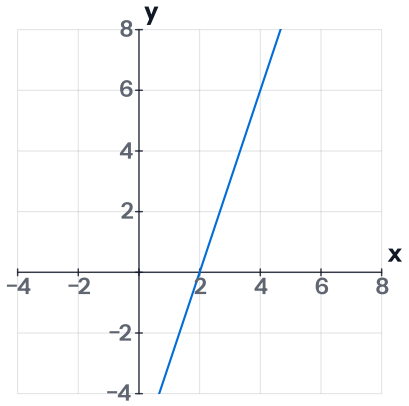
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Halla la función inversa de f.

$$f(x) = 3x - 6$$

A) (x + 6)/3 **B)** (x − 6)/3 **C)** 1/(3x − 6)



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Sean f y g las funciones dadas. ¿Cuál es el dominio de (f · g)(x)?

$$f(x) = \sqrt{x + 2}$$
$$g(x) = \sqrt{4 - x}$$



A) $x \geq -2$ **B)** $x \leq 4$ **C)** $-2 \leq x \leq 4$

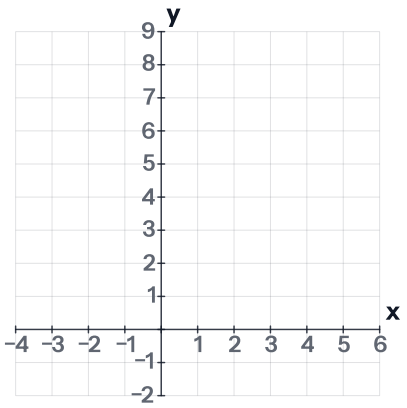
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Sean f y g las funciones dadas. ¿Cuál es (f/g)(x) simplificada, con su dominio?

$$f(x) = x^2 - 4$$
$$g(x) = x - 2$$

A) x + 2, para todos los reales **B)** x + 2, con x ≠ 2 **C)** x + 2, con x ≠ −2



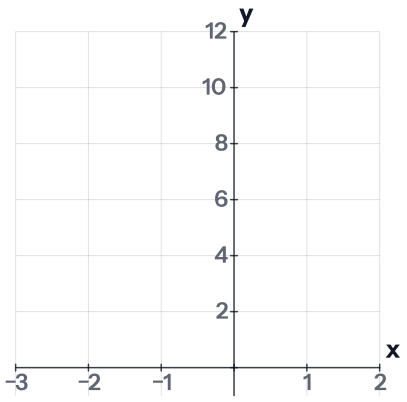
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Sean f y g las funciones dadas. ¿Para qué valores de x se cumple (f ∘ g)(x) = (g ∘ f)(x)?

$$f(x) = 2x + 1$$
$$g(x) = x^2$$

A) $x = 0$ o $x = 2$ **B)** $x = 0$ **C)** $x = 0$ o $x = -2$



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Un artículo cuesta p pesos. Primero se le aplica un descuento del 20 % y después se le restan 50 pesos con un cupón. ¿Qué función da el precio final?

A) $0.8(p - 50)$ **B)** $0.2p - 50$ **C)** $0.8p - 50$

Ejemplo	Precio (pesos)
Original (p = 250)	250

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · (f − g)(x) = −x² + 3x + 3

1. Escribe la resta y pon g completa entre paréntesis
   $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
   $= 3x + 2 - (x^2 - 1)$
2. Quita el paréntesis cambiando el signo de cada término
   $= 3x + 2 - x^2 + 1$
3. Ordena y reduce términos semejantes
   $= -x^2 + 3x + 3$

Ojo: −x² + 3x + 1 no cambia el signo del −1 de g; x² − 3x − 3 es g − f, al revés.
Truco: Al restar funciones, cambia el signo de todos los términos de la que se resta.

2. Respuesta B · (f/g)(2) = −2

1. (f/g)(2) es f(2) dividido entre g(2): ubica la columna x = 2
   $(f/g)(2) = \dfrac{f(2)}{g(2)}$
2. Lee los dos valores y verifica que g(2) no sea cero
   $f(2) = -6$
   $g(2) = 3$
3. Divide, con todo y signo
   $\dfrac{-6}{3} = -2$

Ojo: −1/2 divide al revés, g(2) ÷ f(2); −3 suma los valores, −6 + 3, en vez de dividirlos.
Truco: Cociente: el de arriba es la primera función; revisa que el denominador no sea cero.

3. Respuesta A · El dominio es x ≠ 3

1. El cociente no existe donde el denominador g vale 0
   $g(x) = x - 3 = 0$
   $x = 3$
2. Fuera de x = 3, la gráfica del cociente existe a los dos lados
3. El valor x = −4 sí está permitido: ahí solo el numerador vale 0
   $\dfrac{f(-4)}{g(-4)} = \dfrac{0}{-7} = 0$

Ojo: x ≠ −4 confunde el cero del numerador con el del denominador; la tercera excluye también un valor permitido.
Truco: Solo el denominador puede prohibir valores: iguala g(x) a cero.

4. Respuesta A · (f ∘ g)(x) = 2x² − 1

1. La compuesta aplica primero g; su resultado entra a f
   $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
2. Sustituye g(x) en el lugar de la x de f
   $f(g(x)) = 2(x^2 + 1) - 3$
3. Reparte el 2 y reduce
   $= 2x^2 + 2 - 3$
   $= 2x^2 - 1$

Ojo: 4x² − 12x + 10 es g ∘ f, el orden contrario; 2x² − 3 pierde el +1 de g al sustituir.
Truco: En f(g(x)), el resultado de g se sustituye en todos los lugares donde f tiene x.

5. Respuesta B · El dominio es x ≥ 4

1. Escribe la compuesta: g entra dentro de la raíz
   $(f \circ g)(x) = \sqrt{x - 4}$
2. El radicando no puede ser negativo
   $x - 4 \geq 0$
3. Despeja x
   $x \geq 4$

Ojo: x ≥ 0 es el dominio de f sola; x ≤ 4 invierte la desigualdad al despejar.
Truco: Dominio de una raíz cuadrada: el radicando mayor o igual que cero.

6. Respuesta A · La inversa es f⁻¹(x) = (x + 6)/3

1. Cambia f(x) por y e intercambia x con y
   $y = 3x - 6$
   $x = 3y - 6$
2. Despeja y: suma 6 y divide entre 3
   $x + 6 = 3y$
   $y = \dfrac{x + 6}{3}$
3. Comprueba: (4, 6) está en f y (6, 4) en la inversa
   $f(4) = 6$
   $f^{-1}(6) = 4$

Ojo: (x − 6)/3 resta el 6 en vez de sumarlo; 1/(3x − 6) confunde la inversa con el recíproco.
Truco: Inversa: intercambia x y y, y luego despeja y.

7. Respuesta C · El dominio es $-2 \le x \le 4$

1. Dominio de f: el radicando $x + 2$ debe ser mayor o igual que 0
   $x + 2 \ge 0$
   $x \ge -2$
2. Dominio de g: el radicando $4 - x$ debe ser mayor o igual que 0
   $4 - x \ge 0$
   $x \le 4$
3. El producto necesita las dos condiciones: la intersección
   $-2 \le x \le 4$

Ojo: Cada distractor usa una sola condición: $x \ge -2$ viene de f y $x \le 4$ viene de g.
Truco: Dominio de $f \cdot g$: la intersección de los dominios de f y de g.

8. Respuesta B · (f/g)(x) = x + 2, con $x \neq 2$

1. Factoriza el numerador; el denominador vale 0 en $x = 2$
   $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
2. Cancela el factor común
   $\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$
3. Aunque se canceló, $x = 2$ sigue prohibido: hay un hueco
   $x \neq 2$

Ojo: Todos los reales ignora que $g(2) = 0$; $x \neq -2$ confunde el factor que se cancela con el que se queda.
Truco: El dominio de un cociente se revisa antes de simplificar.

9. Respuesta C · Las compuestas coinciden en 0 y en −2

1. Calcula f(g(x)): el cuadrado entra en f
   $(f \circ g)(x) = 2x^2 + 1$
2. Calcula g(f(x)): f entra en el cuadrado, y se desarrolla
   $(g \circ f)(x) = (2x + 1)^2$
   $= 4x^2 + 4x + 1$
3. Iguala y factoriza: las gráficas se cruzan en $x = 0$ y $x = -2$
   $2x^2 + 1 = 4x^2 + 4x + 1$
   $2x^2 + 4x = 0$
   $2x(x + 2) = 0$

Ojo: $x = 2$ sale de cambiar el signo al factor $x + 2$; $x = 0$ sola pierde una solución al dividir entre x.
Truco: Para igualar dos compuestas, calcula las dos por separado y resuelve la ecuación que resulta.

10. Respuesta C · El precio final es 0.8p − 50

1. El descuento del 20 % deja el 80 % del precio
   $d(p) = 0.8p$
2. El cupón resta 50 al precio que ya trae el descuento
   $c(u) = u - 50$
3. Compón en el orden del enunciado: primero d, luego c
   $c(d(p)) = 0.8p - 50$

Ojo: $0.8(p - 50)$ aplica el cupón antes del descuento; $0.2p - 50$ usa el 20 % que se quita, no el 80 %.
Truco: En una composición, el orden de los pasos del problema es el orden de las funciones, de adentro hacia afuera.